

我国全年龄段人口平均预期寿命的动态演变

段白鸽

(复旦大学 经济学院, 上海 200433)

摘要: 文章基于 Lee - Carter 模型从拟合和预测全年龄段人口死亡率、计算平均预期寿命和构造动态生命表的应用三方面深度诠释了我国大陆 1994 - 2060 年、台湾地区 1970 - 2060 年 0 - 100 岁及以上男性、女性和合计人口死亡率及平均预期寿命的动态演变规律, 并针对台湾地区充足死亡率数据和大陆地区有限死亡率数据, 探讨了 Lee - Carter 模型预测结果的有效性。研究结果表明, 女性死亡率改善、平均预期寿命延长的程度明显高于男性, 且这种性别差异在未来 50 年仍持续显著。无论是男性、女性还是合计人口, 我国大陆和台湾地区各年龄死亡率、平均预期寿命之间的差异明显缩小, 未来死亡率呈现趋同化发展。这种趋同化发展可以为我国长寿风险的量化与管理、相关政策的制定与完善、制度的设计与优化提供依据。

关键词: 死亡率改善; 平均预期寿命; 动态死亡率模型; 动态生命表; 趋同化发展

中图分类号: C921 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4149 (2015) 01 - 0049 - 15

DOI: 10. 3969/j. issn. 1000 - 4149. 2015. 01. 005

Dynamic Evolution of All Ages Life Expectancies in China

DUAN Baige

(School of Economics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: In the present paper we elaborate thoroughly the dynamic evolutions of all ages (0 - 100 + years old) mortality rates and all ages life expectancy for male, female and total population respectively for China mainland 1994 - 2060 and Taiwan province 1970 - 2060, based on three applications of Lee-Carter model, i.e. fitting and forecasting all ages mortality rates, calculating all ages life expectancy, and constructing dynamic life tables. We further discuss the effectiveness of

收稿日期: 2014 - 08 - 26; 修订日期: 2014 - 12 - 06

基金项目: 国家自然科学基金青年项目“基于相依结构的多元索赔金评估随机性方法研究”(71401041); 教育部人文社会科学研究青年基金项目“非寿险随机性索赔准备金评估统计模型与方法”(14YJCZH025); 国家社会科学基金重大项目“中国特色社会主义公共经济理论与政策研究”(11&ZD073); 中国博士后科学基金项目“动态死亡率建模与长寿风险量化研究”(2014M550206)。

作者简介: 段白鸽, 经济学博士, 复旦大学经济学院教师, 师资博士后, 中国准精算师。

the forecasted results in Lee-Carter model, with sufficient mortality data in Taiwan province and limited mortality data in China mainland. The study results show that the mortality improvements and increases of life expectancy of female are significantly higher than those of male, and this difference in gender will continue consistently in the next 50 years. The differences of both the mortality rates and life expectancy of all ages have obviously been narrowing between China mainland and Taiwan province, and the mortality rates will show the tendency of convergence development in the future for male and female. This convergence can provide some theoretical basis for quantification and management of China's longevity risks, for formulation and improvement of related policies, and for design and optimization of system.

Keywords: mortality improvements; life expectancy; dynamic mortality rates models; dynamic life tables; convergence development

一、引言与文献回顾

自20世纪以来,伴随着社会进步、经济繁荣、医疗卫生事业的发展,世界各国人口演变的最显著的特征就是人类死亡率持续下降导致的平均预期寿命的不断延长。过去人们更多关注于退休前的生涯规划,现在越来越多的人开始思考退休后的养老问题。寿命延长不但增加了个人退休后的生活成本、医疗费用开支及需要长期照顾的时间,提高了个人的养老保险、医疗保险及长期护理保险的需求,而且也会影响国家社会保障政策、计划生育政策、退休政策的制定以及公共资源配置的均衡化发展等诸多方面。因此,深度诠释世界各国全年龄人口死亡率及平均预期寿命的动态演变规律变得越来越重要。

在这方面,一种最经典的动态死亡率模型当属1992年李(Lee)和卡特(Carter)在分析美国1900-1989年人口死亡率的长期趋势时,提出的同时考虑死亡率与年龄、年份两因子之间关系的Lee-Carter模型^[1]。随后,很多学者对该模型进行了各种变形、改进和扩展^[2],布瑞斯(Brouhns)等人基于Lee-Carter模型,提出描述死亡人口数的泊松模型^[3];蔡丝(Cosselle)等人提出描述死亡人口数的二项分布模型^[4];戴沃德(Delwarde)等人使用负二项分布来考虑Lee-Carter模型中误差项的异质性^[5];伦肖(Renshaw)和哈伯曼(Haberman)将考虑五岁组Lee-Carter模型的参数估计扩展到单岁组,并提出考虑死亡率的出生年效应的RIL模型^[6-7];凯恩斯(Cairns)等人提出基于年龄、出生年效应的两因素CBD模型^[8];之后,凯恩斯等人提出考虑出生年效应的三种扩展CBD模型^[9];哈伯曼(Haberman)和伦肖(Renshaw)基于年龄、时期和出生年效应进行死亡率预测^[10]。目前,该模型及其扩展已被广泛应用于许多国家和地区的死亡率预测中。

在我国,王建平和涂肇庆较早应用Lee-Carter模型分析了我国香港地区1971-1999年人口死亡率的动态演变规律,并预测了未来50年香港男性和女性人口死亡率,结果表明该模型预测的死亡率下降趋势比官方预测要小^[11]。任强等人使用20世纪80年代以来我国各省、自治区、直辖市的三次人口普查和两次1%全国人口抽样调查的死亡率数据,通过建立时间序列模型,详细分析了我国不同时期人口死亡率水平、变化规律和发展趋势,并考察了不同年龄组死亡率的变动对预期寿命的贡献率^[12]。明艳利用我国人口统计数据、卫生部门统计数据及世界卫生组织(WHO)、联合国开发计划署(UNDP)的系统数据,运用生命表分析了我国婴儿死亡率的变动趋势、区域差异及死因结果对人口预期寿命提高的贡献率^[13]。李志生和刘恒甲基于我国1992-1994年、1996-2007年22个年龄分

组人口死亡率数据，探讨了 Lee-Carter 模型在我国人口死亡率拟合和预测中的适用性，并结合模型参数估计对未来 10 年我国 0 岁、65 岁和 85 岁人口平均预期寿命进行了预测^[14]。王晓军和黄顺林结合中国男性人口死亡率数据，利用贝叶斯信息准则、似然比检验，对目前广泛采用的随机死亡率模型（Lee-Carter 模型、R11 模型、简化 R11 模型、CBD 模型、三种扩展 CBD 模型）的拟合效果进行了比较分析，结果表明基于 CBD 模型的一种扩展模型的拟合效果最好^[15]。彭非和封婷分别基于帕拉德（Pollard）^[16]、阿里亚加（Arriaga）^[17]提出的两种分解平均预期寿命差异的方法，利用 WHO 公布的我国 1990 年和 2008 年分性别生命表数据来分解平均预期寿命变化的差异，探讨了我国近 20 年来各年龄死亡率下降对平均预期寿命增长的贡献及死亡率的变化规律^[18]。荀晓霞针对温家宝总理在 2011 年 3 月 5 日十一届全国人大四次会议政府工作报告中首次提出的十二五时期“人均预期寿命提高 1 岁”的目标，结合生命表数据，通过计算平均预期寿命贡献率，对该目标进行了实证分析，得出我国目前平均预期寿命虽已高于绝大多数发展中国家，但其绝对增速正逐渐放慢的结论^[19]。王晓军和米海杰利用 1981–2010 年人口普查和人口抽样调查提供的死亡率数据，分别从年龄、性别、城乡、是否投保等侧面，对四次人口普查期间我国人口死亡率改善水平进行了深层次分析^[20]。

然而，受制于我国可获得的连续日历年人口死亡率统计数据的有限性，已有动态死亡率模型的拟合效果和预测的有效性受到影响，尤其会导致中长期的预测误差过大。因此，目前学者们对我国人口死亡率改善的经验研究及规律性解释仍比较有限，或者说缺乏对全年龄人口死亡率改善及平均预期寿命延长的动态演变规律的系统性研究。相比之下，我国台湾地区的人口死亡率数据却比较充足，且已有很强的经验证据表明，近 20 年来我国大陆地区和台湾地区 65 岁以上老年人口占比越来越接近、新生儿平均预期寿命的差距明显缩小。结合这些证据，一个值得思考的问题是，未来我国大陆地区和台湾地区人口死亡率的动态演变特征是否会呈现趋同化发展^①？如果呈现趋同化发展，那么一方面，在量化死亡率风险或政策制定时，我们可以借鉴台湾地区的死亡率数据进行分析；另一方面，在未来死亡率预测中，我们也可以以台湾地区预测结果的有效性为基准，探讨大陆地区在有限数据下预测结果的可靠性问题。为此，本文基于描述全年龄人口动态死亡率的 Lee-Carter 模型，深度诠释了我国大陆地区 1994–2010 年、台湾地区 1970–2010 年全年龄（即 0–100 岁及以上，其中 100 岁及以上合并为一个分组）男性、女性和合计人口死亡率及平均预期寿命的动态演变规律。在此基础上，系统介绍了 Lee-Carter 模型在预测未来 50 年我国大陆地区和台湾地区全年龄人口死亡率、平均预期寿命及构造动态生命表中的应用，重点关注我国大陆地区和台湾地区死亡率和平均预期寿命的点预测和区间预测、预测误差等预测结果的横向比较，探讨 Lee-Carter 模型在充足数据和有限数据下的预测能力的差异性到底有多大？多长期限的预测有效性比较可靠？如果 50 年的中长期预测的差异性能在一个可接受的范围内，那么这些探索研究将对于我国大陆地区 1994–2060 年、台湾地区 1970–2060 年的 0–100 岁及以上男性、女性和合计人口死亡率及平均预期寿命的动态演变规律给出新的诠释，必将深化对死亡率改善的规律性研究，也有助于扩展我国人口死亡率建模的相关统计分析工作。

二、基于单龄组死亡率数据的 Lee-Carter 模型及应用

1. 单龄组中心死亡率 $m_{x,t}$

$$m_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{E_{x,t}} \quad (1)$$

① 在经济学中，趋同化发展通常也称为追赶效应（Catch-up Effect）。

其中, $D_{x,t}$ 、 $E_{x,t}$ 和 $m_{x,t}$ 分别表示第 t 年年龄为 x 岁的人在 $[x, x+1)$ 岁之间的死亡人口数、暴露人口数和中心死亡率。实际中, 常常采用第 t 年 x 岁的年中人口数来近似表示 $E_{x,t}$ 。这种计算得到的中心死亡率也称为初始死亡率或粗死亡率。

2. Lcc-Carter 模型结构及参数估计

Lcc-Carter 模型通过引入三个参数 a_x 、 b_x 和 k_t , 将年龄别死亡率的变化分解为不随时间变化的年龄因子和随时间变化的年份因子两部分。其模型结构为:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (2)$$

其中, 参数 a_x 表示年龄为 x 岁的人口死亡率取对数后的平均值, 用来描述不随时间变化的年龄因子; 参数 b_x 表示 x 岁死亡率随时间变化的系数; 参数 k_t 表示第 t 年的死亡率水平, 用来描述随时间变化的年份因子; $\varepsilon_{x,t}$ 为模型误差项。

通常, 我们可以采用奇异值分解法 (SVD)、最小二乘法 (OLS)、加权最小二乘法 (WLS) 和极大似然估计法 (MLE) 等方法来估计 Lcc-Carter 模型中的三个参数, 相关文献见李志生和刘恒甲的研究^[14]。

3. Lcc-Carter 模型的应用

(1) 全年龄段人口死亡率的估计及预测。首先, 进行中心死亡率 $m_{x,t}$ 的估计。基于式 (2), 中心死亡率 $m_{x,t}$ 的点估计可以表示为:

$$\hat{m}_{x,t} = \exp(\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t) \quad (3)$$

其次, 进行中心死亡率 $m_{x,t}$ 的点预测及区间预测。为了预测 $m_{x,t}$, 先构建 Lcc-Carter 模型中参数 k_t 的时间序列 ARIMA 模型。其一般结构可以表示为:

$$\Phi(L)\Delta^d k_t = \alpha + \Theta(L)u_t \quad (4)$$

其中, $\Phi(L)$ 和 $\Theta(L)$ 分别表示 p 阶自回归算子和 q 阶移动平均算子; α 为漂移项; $\Delta^d k_t$ 表示对 k_t 进行 d 次差分。故模型 (4) 也称为 ARIMA(p, d, q) 过程。构建 ARIMA 模型通常包括模型的识别、参数估计和模型的诊断与检验三个步骤。对于该模型的识别可以通过分析相关图和偏相关图, 以初步确定 p 、 d 和 q 的值。参数估计可以使用 MLE、OLS、线性迭代法、非线性估计法等来求解。模型的诊断与检验用来检验模型的适合性, 主要包括两方面: 一是通过 t 统计量检验模型参数估计值是否具有统计显著性; 二是通过 Q 统计量检验模型的优劣及残差序列是否可以近似为白噪声过程。接下来, 利用最优 ARIMA(p, d, q) 模型得到参数 k_t 的点预测及区间预测。之后, 结合参数估计值 $\hat{a}_x$ 和 $\hat{b}_x$ 计算中心死亡率 $m_{x,t}$ 的点预测及区间预测。

最后, 是中心死亡率 $m_{x,t}$ 的预测有效性的评价方法。通常为了评价模型得到的中心死亡率 $m_{x,t}$ 的点预测精度, 我们可以计算预测的未来各年, 单个年龄水平的平均误差 (ME)、均方误差 (MSE)、平均百分比误差 (MPE)、平均绝对百分比误差 (MAPE); 也可以计算预测的未来每一年, 各个年龄水平的聚合误差 (IE)、聚合平方误差 (ISE)、聚合百分比误差 (IPE)、聚合绝对百分比误差 (IAPE)。

此外, 通过绘制各种类型的残差诊断图, 对模型预测的未来年份、各年龄的死亡率与未来年份实际观测的死亡率进行比较, 也可以评估模型的预测能力。

(2) 动态生命表的构造。利用中心死亡率 $m_{x,t}$ 的点估计和点预测, 可以编制基于时期的动态生命表, 也称为时期生命表 (Period Life Tables)。

第一步, 计算第 t 年、年龄为 x 岁的人在 $[x, x+1)$ 岁之间的条件死亡概率 ($q_{x,t}$), 相应计算公式为:

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{\hat{m}_{x,t}}{1 + (1 - \alpha_{x,t}) \hat{m}_{x,t}} \quad (5)$$

其中, $\alpha_{x,t}$ 为已知量, 表示第 t 年、年龄为 x 岁的人在 $[x, x+1)$ 岁之间的死亡人口平均活过的分数年龄, 通常在死亡率建模和生命表编制中, 除 0 岁和最高年龄 (组) 之外, 一般都假设分数年龄服从均匀分布 (UDD), 即假设 $\alpha_{x,t} = 0.5$ 。以人类死亡率数据库 (HMD)^① 为例, 所有国家和我国台湾地区单龄组生命表中年龄范围都是 $x \in [0, 1, \dots, 109, 110+]$, 且最高年龄组满足 $\alpha_{110+,t} = \frac{1}{m_{110+,t}}$, 以保证 $q_{110+,t} = 1$, 而通常 $\alpha_{0,t} \in [0.06, 0.3]$ 。

第二步, 假设 $l_{0,t} = 100000$, 计算第 t 年、年龄为 x 岁的幸存人数 ($l_{x,t}$) 和 $[x, x+1)$ 岁之间的死亡人数 ($d_{x,t}$), 相应迭代计算公式为:

$$d_{x,t} = l_{x,t} \hat{q}_{x,t}, \quad l_{x+1,t} = l_{x,t} - d_{x,t} \quad (6)$$

第三步, 计算第 t 年、年龄为 x 岁的人在 $[x, x+1)$ 岁之间的平均生存人年数 ($L_{x,t}$), 相应计算公式为:

$$L_{x,t} = l_{x,t} - (1 - \alpha_{x,t}) d_{x,t} \quad (7)$$

第四步, 计算第 t 年、年龄为 x 岁及以上的人年数之和 ($T_{x,t}$), 相应计算公式为:

$$T_{x,t} = \sum_{x=100+}^{100+} L_{x,t} \quad (8)$$

第五步, 计算第 t 年、年龄为 x 岁的人的平均预期寿命 ($e_{x,t}$), 相应计算公式为:

$$e_{x,t} = \frac{T_{x,t}}{l_{x,t}} \quad (9)$$

类似地, 也可以构造基于出生队列的动态生命表, 也称为队列生命表 (Cohort Life Tables)。

(3) 全年龄人口平均预期寿命 ($e_{x,t}$) 的估计及预测。基于式 (9), 我们可以得到平均预期寿命 ($e_{x,t}$) 的点估计值和点预测值。此外, 另一种计算 $e_{x,t}$ 的简单方法可以表示为:

$$e_{x,t} = \sum_{k=1}^{100+} {}_k\hat{p}_{x,t} = \sum_{k=1}^{100+} \hat{p}_{x,t} \hat{p}_{x+1,t} \cdots \hat{p}_{x+k-1,t} = \sum_{k=1}^{100+} (1 - \hat{q}_{x,t})(1 - \hat{q}_{x+1,t}) \cdots (1 - \hat{q}_{x+k-1,t}) \quad (10)$$

其中, ${}_k\hat{p}_{x,t}$ 表示第 t 年、 x 岁的人活过 k 年的概率。在寿险精算中, 基于式 (10) 得到的 $e_{x,t}$ 也称为取整余命。

显然, 这种计算方法仅使用第 t 年 0-100+ 岁的条件死亡概率 $\hat{q}_{x,t}$ 来计算 $\hat{e}_{x,t}$ 。在进一步考虑条件死亡概率随时间变化的情况下, 相应的计算公式变为:

$$\hat{e}_{x,t} = \sum_{k=1}^{100+} (1 - \hat{q}_{x,t})(1 - \hat{q}_{x+1,t+1}) \cdots (1 - \hat{q}_{x+k-1,t+k-1}) = \sum_{k=1}^{100+} \prod_{j=0}^{k-1} (1 - \hat{q}_{x+j,t+j}) \quad (11)$$

此外, 相应的区间预测可以通过 Bootstrap 方法、蒙特卡洛 (MC) 等随机模拟方法得到。

最后指出, 这两种计算预期寿命的方法, 都可以构造动态生命表, 这明显简化了前面基于传统方法构造动态生命表的过程。

三、实证分析

1. 数据来源及说明

① 人类死亡率数据库涵盖了澳大利亚、加拿大、法国、德国、日本、中国台湾地区、英国、美国等 37 个国家和地区的人口死亡率统计数据, 其网址为 www.mortality.org

为了深度诠释我国全年龄人口平均预期寿命的动态演变规律，本文分别考虑了我国大陆地区和台湾地区的人口死亡率统计数据。其中，大陆地区的统计数据来源于 1995 - 2006 年《中国人口统计年鉴》、2007 - 2011 年《中国人口和就业统计年鉴》中全国分年龄、分性别的年平均人口 $E_{x,t}$ 和死亡人口 $D_{x,t}$ 数据，进而得到 1994 - 2010 年男性、女性和合计人口 0 - 100 + 岁的中心死亡率 $m_{x,t}$ 。值得注意的是，由于大部分年份没有统计 90 岁及以上人口，且 1996 年没有统计 85 岁及以上的死亡率数据，在实证分析中，我们将这些数据视为缺失值来处理，采用的缺失值处理方法是直接删除存在缺失值的个案数据。在统计学中，处理缺失值的方法有很多，从总体上来说，可分为删除存在缺失值的个案和缺失值插补两大类。在高龄死亡率建模分析中，已有研究中使用的线性插值、死亡率分组扩展等插补方法对样本存在一定程度的干扰作用，可能导致参数的估计值与真实值的偏差过大。同时，也改变了可获得的粗死亡率数据的信息结构，对死亡率的年龄外推和趋势预测会产生一定的影响。故本文实证分析中最终采用的是第一类缺失值处理方法，即删除存在缺失值的个案方法。台湾地区的统计数据来源于 IIMD 中国台湾地区 1970 - 2010 年男性、女性和合计人口 0 - 110 岁及以上的暴露人口数 $E_{x,t}$ 和中心死亡率 $m_{x,t}$ 。

通过简易分析我国大陆和台湾地区的对数中心死亡率 $\ln(m_{x,t})$ 可以看出，随着时间的推移，各年龄死亡率都呈现不同程度的下降趋势，各年龄水平人口对数中心死亡率的平均数和中位数都很接近，表明各年龄的死亡率几乎是零偏态的，呈现对称分布或正态分布。

2. Lcc-Carter 模型的估计结果

(1) Lcc-Carter 模型的参数估计。针对我国大陆和台湾地区死亡率数据，为了细致比较 Lcc-Carter 模型的估计结果，我们考虑的死亡率数据范围都是 0 - 100 岁及以上。表 1 给出了 Lcc-Carter 模型中参数 a_x 和 b_x 的估计值，表 2 给出了参数 k_t 的估计值。

表 1 我国大陆和台湾地区 Lcc-Carter 模型参数 a_x 和 b_x 的估计值 %

年龄	大陆男性		大陆女性		大陆合计		台湾男性		台湾女性		台湾合计	
	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$
0	-4.14	0.0346	-3.87	0.0252	-4.01	0.0302	-4.84	0.0139	-4.99	0.0127	-4.91	0.0127
1	-6.28	0.0160	-6.46	0.0168	-6.33	0.0163	-6.57	0.0314	-6.69	0.0246	-6.62	0.0283
2	-6.68	0.0274	-6.64	0.0198	-6.69	0.0254	-7.01	0.0283	-7.17	0.0214	-7.08	0.0251
3	-6.81	0.0207	-7.02	0.0130	-6.89	0.0164	-7.34	0.0253	-7.57	0.0195	-7.45	0.0226
4	-7.01	0.0183	-7.39	0.0174	-7.14	0.0161	-7.60	0.0228	-7.85	0.0176	-7.70	0.0203
5	-7.28	0.0236	-7.61	0.0190	-7.42	0.0235	-7.82	0.0252	-8.04	0.0158	-7.91	0.0206
6	-7.52	0.040	-8.06	0.0114	-7.70	0.0075	-7.87	0.0220	-8.17	0.0144	-8.00	0.0184
7	-7.38	0.0058	-7.93	0.0061	-7.75	0.0184	-7.88	0.0197	-8.27	0.0121	-8.05	0.0163
8	-7.54	0.0176	-8.04	0.0118	-7.78	0.0194	-7.97	0.0231	-8.35	0.0108	-8.13	0.0174
9	-7.70	-0.0081	-8.22	0.0038	-7.94	-0.0066	-8.01	0.0200	-8.47	0.0126	-8.20	0.0165
10	-7.56	0.0083	-7.97	0.0032	-7.70	0.0062	-8.02	0.0191	-8.48	0.0129	-8.20	0.0161
11	-7.84	0.0199	-7.98	0.0125	-7.95	0.0156	-8.05	0.0202	-8.45	0.0120	-8.21	0.0161
12	-7.92	0.0088	-8.06	0.0181	-8.01	0.0190	-7.96	0.0180	-8.36	0.0133	-8.13	0.0157
13	-7.66	0.0082	-8.08	0.0146	-7.80	0.0128	-7.89	0.0202	-8.20	0.0115	-8.02	0.0161
14	-7.66	0.0009	-7.97	0.0070	-7.75	0.0054	-7.67	0.0187	-8.14	0.0121	-7.87	0.0155
15	-7.60	0.0036	-7.79	0.0187	-7.67	0.0186	-7.29	0.0144	-7.91	0.0120	-7.54	0.0132
16	-7.42	0.0072	-7.99	0.0110	-7.64	0.0099	-7.01	0.0141	-7.77	0.0111	-7.30	0.0127
17	-7.17	0.0181	-7.87	0.0213	-7.41	0.0194	-6.85	0.0140	-7.71	0.0122	-7.17	0.0130
18	-7.08	0.0201	-7.43	0.0153	-7.20	0.0174	-6.62	0.0102	-7.58	0.0093	-6.97	0.0095
19	-7.00	0.0126	-7.40	0.0174	-7.15	0.0148	-6.64	0.0119	-7.53	0.0088	-6.97	0.0105
20	-6.83	0.0156	-7.67	0.0231	-7.12	0.0177	-6.74	0.0122	-7.49	0.0102	-7.04	0.0112
21	-6.66	0.0016	-7.45	0.0071	-6.94	0.0043	-6.73	0.0123	-7.49	0.0109	-7.03	0.0115
22	-6.71	0.0095	-7.44	0.0235	-6.97	0.0133	-6.62	0.0129	-7.45	0.0113	-6.94	0.0120
23	-6.88	0.0131	-7.08	0.0188	-6.94	0.0155	-6.53	0.0138	-7.45	0.0110	-6.88	0.0124
24	-6.73	0.0137	-7.45	0.0249	-6.99	0.0187	-6.52	0.0135	-7.40	0.0112	-6.86	0.0123
25	-6.77	0.0149	-7.15	0.0138	-6.92	0.0411	-6.52	0.0120	-7.47	0.0105	-6.85	0.0112
26	-6.72	0.0095	-7.25	0.0126	-6.95	0.0112	-6.49	0.0101	-7.34	0.0098	-6.82	0.0103
27	-6.83	0.0129	-7.13	0.0163	-6.93	0.0131	-6.47	0.0092	-7.32	0.0092	-6.80	0.0090
28	-6.68	0.0188	-7.12	0.0119	-6.86	0.0160	-6.44	0.0089	-7.25	0.0086	-6.75	0.0086

续表1 我国大陆和台湾地区 Lee-Carter 模型参数 $\hat{a}_x$ 和 $\hat{b}_x$ 的估计值

%

年龄	大陆男性		大陆女性		大陆合计		台湾男性		台湾女性		台湾合计	
	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$
29	-6.56	-0.0011	-7.14	0.0172	-6.77	0.0053	-6.39	0.0073	-7.26	0.0091	-6.72	0.0078
30	-6.48	0.0115	-6.93	0.0128	-6.66	0.0122	-6.35	0.0061	-7.19	0.0094	-6.67	0.0071
31	-6.36	0.0085	-7.08	0.0052	-6.63	0.0069	-6.28	0.0060	-7.14	0.0086	-6.61	0.0068
32	-6.54	0.0021	-7.00	0.0079	-6.72	0.0040	-6.22	0.0061	-7.04	0.0079	-6.45	0.0067
33	-6.36	0.0076	-7.02	0.0077	-6.62	0.0072	-6.16	0.0051	-7.03	0.0094	-6.49	0.0065
34	-6.35	0.0104	-7.10	0.0414	-6.63	0.0108	-6.09	0.0048	-6.94	0.0093	-6.42	0.0063
35	-6.23	0.0072	-7.00	0.0090	-6.51	0.0082	-6.03	0.0045	-6.88	0.0097	-6.36	0.0063
36	-6.26	0.0086	-7.05	0.0084	-6.55	0.0095	-5.95	0.0039	-6.82	0.0098	-6.28	0.0059
37	-6.34	0.0094	-6.87	0.0072	-6.54	0.0087	-5.89	0.0036	-6.72	0.0089	-6.21	0.0055
38	-6.16	0.0066	-6.79	0.0102	-6.41	0.0079	-5.881	0.0029	-6.67	0.0087	-6.14	0.0049
39	-6.05	0.0024	-6.59	0.0120	-6.27	0.0062	-5.74	0.0032	-6.56	0.0089	-6.06	0.0053
40	-5.96	0.0081	-6.65	0.0065	-6.22	0.0069	-5.68	0.0036	-6.51	0.0084	-6.00	0.0054
41	-5.94	0.0004	-6.49	0.0108	-6.16	0.0042	-5.60	0.0029	-6.43	0.0088	-5.92	0.0052
42	-5.90	0.0021	-6.62	0.0070	-6.18	0.0047	-5.51	0.0026	-6.34	0.0091	-5.83	0.0052
43	-5.81	0.0044	-6.44	0.0123	-6.06	0.0073	-5.45	0.0024	-6.26	0.0087	-5.76	0.0049
44	-5.72	0.0003	-6.30	0.0061	-5.96	0.0035	-5.39	0.0028	-6.16	0.0092	-5.69	0.0055
45	-5.70	0.0053	-6.28	0.0113	-5.94	0.0076	-5.32	0.0031	-6.09	0.0088	-5.61	0.0056
46	-5.58	0.0088	-6.21	0.0095	-5.84	0.0092	-5.23	0.0035	-6.00	0.0092	-5.53	0.0060
47	-5.48	0.0048	-6.09	0.0029	-5.72	0.0033	-5.17	0.0036	-5.90	0.0096	-5.46	0.0063
48	-5.38	0.0098	-6.00	0.0138	-5.64	0.0116	-5.10	0.0040	-5.83	0.0100	-5.38	0.0067
49	-5.33	0.0067	-5.83	0.0105	-5.52	0.0071	-5.03	0.0044	-5.73	0.0096	-5.30	0.0069
50	-5.28	0.0041	-5.85	0.0087	-5.52	0.0052	-4.95	0.0048	-5.65	0.0097	-5.22	0.0073
51	-5.13	0.0081	-5.68	0.0076	-5.36	0.0077	-4.87	0.0050	-5.54	0.0097	-5.13	0.0074
52	-5.15	0.0029	-5.61	0.0086	-5.35	0.0063	-4.80	0.0053	-5.47	0.0107	-5.06	0.0080
53	-5.09	0.0105	-5.54	0.0081	-5.28	0.0095	-4.72	0.0062	-5.38	0.0101	-4.98	0.0083
54	-4.98	0.0064	-5.49	0.0071	-5.18	0.0069	-4.64	0.0069	-5.30	0.0107	-4.90	0.0090
55	-4.80	0.0098	-5.39	0.0085	-5.04	0.0092	-4.56	0.0073	-5.19	0.0101	-4.81	0.0091
56	-4.74	0.0088	-5.31	0.0077	-4.97	0.0080	-4.48	0.0077	-5.12	0.0103	-4.73	0.0094
57	-4.74	0.0107	-5.20	0.0107	-4.93	0.0102	-4.40	0.0073	-5.02	0.0100	-4.56	0.0090
58	-4.52	0.0091	-4.99	0.0118	-4.71	0.0105	-4.33	0.0074	-4.93	0.0101	-4.47	0.0091
59	-4.39	0.0112	-4.97	0.0095	-4.63	0.0099	-4.24	0.0078	-4.83	0.0101	-4.38	0.0094
60	-4.34	0.0109	-4.81	0.0093	-4.54	0.0106	-4.15	0.0081	-4.74	0.0100	-4.30	0.0095
61	-4.24	0.0142	-4.83	0.0116	-4.48	0.0134	-4.08	0.0086	-4.63	0.0097	-4.20	0.0097
62	-4.07	0.0148	-4.59	0.0096	-4.29	0.0126	-3.98	0.0095	-4.54	0.0104	-4.02	0.0104
63	-4.00	0.0113	-4.47	0.0072	-4.20	0.0093	-3.90	0.0094	-4.44	0.0103	-4.12	0.0103
64	-3.93	0.0126	-4.39	0.0069	-4.13	0.0103	-3.81	0.0102	-4.34	0.0107	-4.65	0.0109
65	-3.86	0.0071	-4.27	0.0094	-4.04	0.0079	-3.72	0.0107	-4.22	0.0106	-4.12	0.0110
66	-3.72	0.0118	-4.19	0.0086	-3.92	0.0102	-3.63	0.0110	-4.12	0.0106	-3.93	0.0112
67	-3.67	0.0126	-4.14	0.0059	-3.87	0.0097	-3.54	0.0112	-4.01	0.0111	-3.83	0.0115
68	-3.53	0.0094	-3.96	0.0080	-3.72	0.0087	-3.44	0.0116	-3.89	0.0112	-3.74	0.0117
69	-3.43	0.0128	-3.80	0.0063	-3.60	0.0095	-3.34	0.0117	-3.78	0.0111	-3.63	0.0115
70	-3.27	0.0117	-3.70	0.0070	-3.46	0.0097	-3.25	0.0124	-3.67	0.0110	-3.53	0.0118
71	-3.17	0.0115	-3.63	0.0066	-3.38	0.0093	-3.15	0.0124	-3.56	0.0109	-3.43	0.0116
72	-3.11	0.0100	-3.49	0.0082	-3.28	0.0092	-3.05	0.0126	-3.45	0.0108	-3.33	0.0116
73	-3.03	0.0101	-3.43	0.0075	-3.22	0.0087	-2.96	0.0129	-3.33	0.0113	-3.23	0.0120
74	-2.99	0.0096	-3.31	0.0076	-3.14	0.0086	-2.86	0.0132	-3.22	0.0113	-3.12	0.0120
75	-2.84	0.0065	-3.17	0.0076	-3.00	0.0069	-2.76	0.0128	-3.11	0.0111	-3.02	0.0117
76	-2.75	0.0108	-3.16	0.0087	-2.95	0.0096	-2.67	0.0130	-2.99	0.0111	-2.92	0.0117
77	-2.64	0.0119	-2.98	0.0049	-2.81	0.0085	-2.57	0.0130	-2.89	0.0108	-2.82	0.0115
78	-2.55	0.0098	-2.91	0.0056	-2.73	0.0073	-2.47	0.0131	-2.78	0.0105	-2.72	0.0113
79	-2.47	0.0087	-2.85	0.0071	-2.66	0.0079	-2.37	0.0134	-2.66	0.0105	-2.62	0.0114
80	-2.39	0.0095	-2.67	0.0055	-2.54	0.0072	-2.33	0.0107	-2.59	0.0093	-2.52	0.0096
81	-2.19	0.0106	-2.57	0.0079	-2.39	0.0091	-2.24	0.0108	-2.49	0.0092	-2.46	0.0096
82	-2.22	0.0101	-2.52	0.0084	-2.38	0.0091	-2.15	0.0100	-2.39	0.0085	-2.37	0.0089
83	-2.09	0.0102	-2.36	0.0088	-2.24	0.0092	-2.07	0.0094	-2.28	0.0083	-2.27	0.0086
84	-2.03	0.0147	-2.31	0.0060	-2.19	0.0095	-1.98	0.0089	-2.18	0.0077	-2.19	0.0080
85	-1.96	0.0119	-2.26	0.0085	-2.13	0.0102	-1.91	0.0079	-2.09	0.0070	-2.09	0.0074

续表 1 我国大陆和台湾地区 Lee - Carter 模型参数 a_x 和 b_x 的估计值 %

年龄	大陆男性		大陆女性		大陆合计		台湾男性		台湾女性		台湾合计	
	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$	$\hat{a}_x$	$\hat{b}_x$
86	-1.90	0.0100	-2.16	0.0068	-2.05	0.0077	-1.83	0.0079	-1.99	0.0071	-2.01	0.0075
87	-1.79	0.0148	-2.14	0.0043	-2.00	0.0080	-1.75	0.0076	-1.89	0.0066	-1.92	0.0071
88	-1.72	0.0125	-2.03	0.0030	-1.91	0.0058	-1.67	0.0063	-1.80	0.0057	-1.83	0.0060
89	-1.59	0.0098	-1.90	0.0049	-1.79	0.0072	-1.61	0.0066	-1.71	0.0059	-1.75	0.0064
90	-1.38	0.0081	-1.67	0.0034	-1.57	0.0048	-1.55	0.0056	-1.63	0.0053	-1.67	0.0057
91	-1.49	0.0054	-1.58	0.0075	-1.55	0.0073	-1.47	0.0052	-1.54	0.0050	-1.60	0.0053
92	-1.34	0.0048	-1.49	0.0040	-1.45	0.0043	-1.42	0.0038	-1.47	0.0052	-1.51	0.0051
93	-1.32	0.0066	-1.41	0.0065	-1.38	0.0069	-1.39	0.0019	-1.38	0.0048	-1.45	0.0044
94	-1.31	0.0086	-1.38	0.0029	-1.36	0.0045	-1.33	0.0018	-1.31	0.0042	-1.38	0.0039
95	-1.27	0.0046	-1.39	0.0027	-1.36	0.0033	-1.22	0.0027	-1.22	0.0039	-1.32	0.0040
96	-1.19	0.0039	-1.30	0.0039	-1.28	0.0041	-1.17	0.0028	-1.16	0.0042	-1.16	0.0043
97	-1.23	0.0147	-1.35	0.0054	-1.34	0.0074	-1.10	0.0015	-1.09	0.0039	-1.09	0.0037
98	-1.13	0.0117	-1.22	0.0071	-1.20	0.0089	-1.05	0.0024	-1.02	0.0040	-1.03	0.0041
99	-1.05	0.0162	-1.42	0.0064	-1.33	0.0081	-1.00	0.0030	-0.97	0.0047	-0.98	0.0048
100 +	-0.86	0.0000	-0.87	0.0061	-0.87	0.0048	-0.79	0.0014	-0.76	0.0036	-0.77	0.0035

注：在我国大陆地区男性数据中， $\hat{b}_{100+} = 0.000005757$ 。

表 2 我国大陆和台湾地区 Lee - Carter 模型参数 k_t 的估计值 %

年份	大陆男性	大陆女性	大陆合计	台湾男性	台湾女性	台湾合计
1970				38.98	46.67	41.33
1971				35.81	43.83	38.28
1972				33.47	41.57	36.14
1973				33.60	40.36	35.76
1974				31.10	37.44	33.02
1975				29.36	34.93	31.02
1976				26.15	32.23	28.27
1977				25.12	30.59	26.96
1978				20.26	26.25	22.55
1979				19.85	24.50	21.55
1980				17.12	23.74	19.61
1981				16.00	23.34	18.85
1982				11.86	18.99	14.79
1983				12.09	18.95	14.91
1984				7.25	12.97	9.65
1985				5.30	11.90	8.12
1986				4.52	10.47	7.05
1987				2.78	7.19	4.67
1988				4.42	8.63	6.20
1989				2.41	5.26	3.64
1990				0.26	2.53	1.33
1991				-3.57	-1.59	-2.61
1992				-3.17	-1.64	-2.42
1993				-4.86	-5.15	-4.81
1994	21.68	34.46	26.27	-4.96	-8.34	-6.16
1995	22.71	30.30	25.13	-3.43	-6.43	-4.56
1996	21.37	25.88	22.45	-4.79	-8.19	-6.08
1997	19.77	27.09	21.99	-9.03	-13.24	-10.64
1998	16.83	21.24	17.99	-10.10	-15.52	-12.23
1999	11.74	17.49	13.28	-11.44	-15.61	-13.11
2000	10.89	16.99	12.93	-15.63	-21.65	-17.98
2001	5.79	6.02	5.30	-18.59	-25.31	-21.16
2002	6.90	5.81	5.84	-23.71	-28.80	-25.62
2003	-0.31	1.18	-0.21	-25.77	-30.32	-27.48
2004	-4.52	-5.34	-5.30	-25.11	-33.62	-28.42
2005	-6.66	-12.81	-9.67	-24.06	-35.23	-28.51
2006	-18.45	-22.90	-20.61	-29.71	-43.37	-35.12
2007	-21.57	-23.31	-23.10	-32.37	-43.73	-36.92
2008	-14.82	-21.46	-18.37	-33.91	-46.25	-38.87
2009	-28.88	-37.27	-33.15	-38.46	-50.48	-43.30
2010	-22.35	-33.49	-26.78	-41.32	-54.45	-46.58

(2) 所有年份各年龄死亡率的拟合结果。为了展示 Lee - Carter 模型的拟合效果，图 1 和图 2 分别绘制了 Lee - Carter 模型估计的我国大陆地区 1994 - 2010 年、台湾地区 1970 - 2010 年男性、女性和合计人口 0 - 100 岁及以上对数中心死亡率 $\ln(\hat{m}_{x,t})$ ①。很明显可以看出，含充足数据的台湾地区的模型拟合结果的光滑性更好。

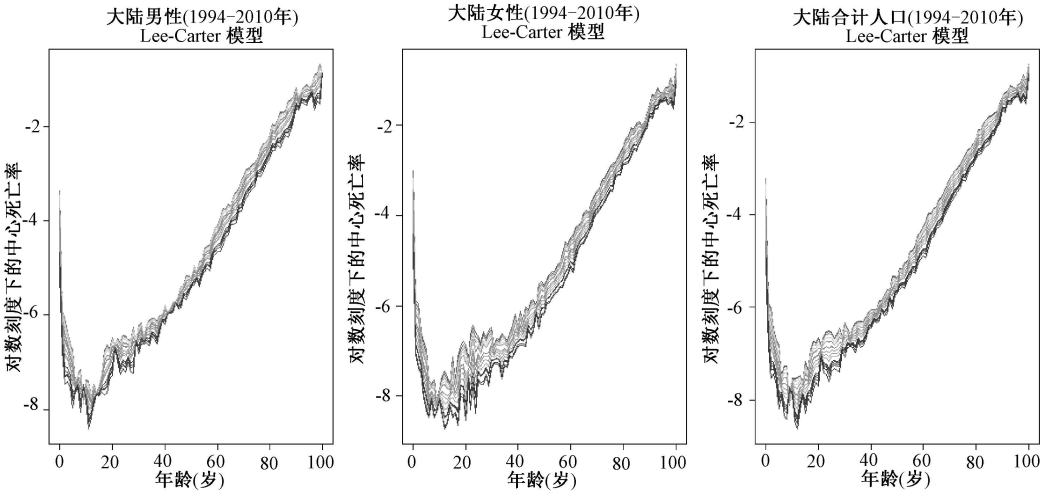


图 1 Lee - Carter 模型估计的我国大陆地区男性、女性和合计人口的对数中心死亡率 $\ln(\hat{m}_{x,t})$

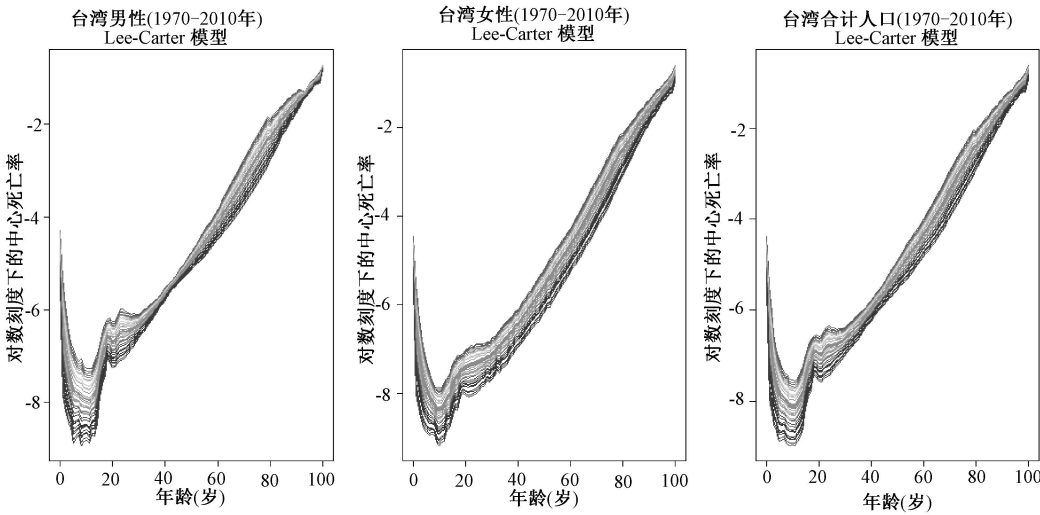


图 2 Lee - Carter 模型估计的我国台湾地区男性、女性和合计人口的对数中心死亡率 $\ln(\hat{m}_{x,t})$

3. Lee - Carter 模型的预测结果

(1) Lee - Carter 模型中参数 k_t 的点预测和区间预测。针对我国大陆和台湾地区的 Lee - Carter 模型参数 k_t 的估计值，我们发现构建如下含漂移项的随机游走过程 (ARIMA(0,1,0))② 是最优的。

$$k_t = \alpha + k_{t-1} + u_t, \quad k_0 = 0, \quad u_t \sim IID(0, \sigma_u^2) \tag{12}$$

① 需要指出的是，本文实证分析中的所有图形都采用 R 软件中的彩虹调色板 (Rainbow Palette) 来绘制，即随着时间的推移，按照红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫的顺序依次绘制各个年份的死亡率，但由于印刷限制，图中只能用灰度体现。
② 含漂移项的随机游走过程也称为随机趋势过程或差分平稳过程。

或者写成：

$$k_i = \alpha t + \sum_{i=1}^t u_i, \quad u_i \sim IID(0, \sigma_u^2)$$

(13)

在此基础上，表 3 和表 4 分别给出了参数 k_t 的点预测和置信水平为 80% 的区间预测。从中可以看出，由于我国大陆地区历史死亡率数据的有限性，导致预测的未来 50 年参数 k_t 的 80% 的置信区间明显更大。

表 3 我国大陆地区 Lee - Carter 模型参数 k_t 的点预测和区间预测

%

年份	大陆男性			大陆女性			大陆合计		
	点预测	80% 下限	80% 上限	点预测	80% 下限	80% 上限	点预测	80% 下限	80% 上限
2011	-2.75	-10.03	4.53	-4.25	-11.14	2.64	-3.32	-10.30	3.67
2012	-5.50	-16.10	5.09	-8.49	-18.52	1.53	-6.63	-16.79	3.53
2013	-8.26	-21.59	5.08	-12.74	-25.36	-0.12	-9.95	-22.73	2.84
2014	-11.01	-26.80	4.79	-16.99	-31.93	-2.04	-13.26	-28.41	1.88
2015	-13.76	-31.86	4.33	-21.23	-38.36	-4.11	-16.58	-33.93	0.77
2016	-16.51	-36.80	3.78	-25.48	-44.68	-6.28	-19.89	-39.35	-0.44
2017	-19.27	-41.67	3.14	-29.73	-50.93	-8.52	-23.21	-44.69	-1.72
2018	-22.02	-46.49	2.45	-33.97	-57.13	-10.82	-26.52	-49.99	-3.06
2019	-24.77	-51.26	1.72	-38.22	-63.28	-13.15	-29.84	-55.24	-4.44
2020	-27.52	-56.00	0.95	-42.47	-69.41	-15.52	-33.16	-60.46	-5.85
2021	-30.27	-60.71	0.16	-46.71	-75.51	-17.92	-36.47	-65.65	-7.29
2022	-33.03	-65.40	-0.66	-50.96	-81.59	-20.33	-39.79	-70.82	-8.75
2023	-35.78	-70.07	-1.49	-55.21	-87.65	-22.76	-43.10	-75.98	-10.23
2024	-38.53	-74.72	-2.34	-59.45	-93.70	-25.21	-46.42	-81.12	-11.72
2025	-41.28	-79.36	-3.20	-63.70	-99.73	-27.67	-49.73	-86.25	-13.22
2026	-44.04	-83.99	-4.08	-67.95	-105.76	-30.14	-53.05	-91.36	-14.74
2027	-46.79	-88.62	-4.96	-72.19	-111.77	-32.61	-56.36	-96.47	-16.26
2028	-49.54	-93.23	-5.85	-76.44	-117.78	-35.10	-59.68	-101.57	-17.79
2029	-52.29	-97.83	-6.75	-80.68	-123.78	-37.59	-63.00	-106.66	-19.33
2030	-55.04	-102.43	-7.66	-84.93	-129.77	-40.09	-66.31	-111.75	-20.88
2031	-57.80	-107.02	-8.57	-89.18	-135.76	-42.60	-69.63	-116.83	-22.43
2032	-60.55	-111.61	-9.49	-93.42	-141.74	-45.11	-72.94	-121.90	-23.99
2033	-63.30	-116.19	-10.41	-97.67	-147.72	-47.63	-76.26	-126.97	-25.55
2034	-66.05	-120.77	-11.34	-101.92	-153.69	-50.14	-79.57	-132.04	-27.11
2035	-68.81	-125.34	-12.27	-106.16	-159.66	-52.67	-82.89	-137.10	-28.68
2036	-71.56	-129.91	-13.20	-110.41	-165.63	-55.19	-86.21	-142.16	-30.25
2037	-74.31	-134.48	-14.14	-114.66	-171.59	-57.72	-89.52	-147.22	-31.83
2038	-77.06	-139.05	-15.08	-118.90	-177.56	-60.25	-92.84	-152.27	-33.40
2039	-79.81	-143.61	-16.02	-123.15	-183.51	-62.79	-96.15	-157.32	-34.98
2040	-82.57	-148.17	-16.97	-127.40	-189.47	-65.32	-99.47	-162.37	-36.57
2041	-85.32	-152.73	-17.91	-131.64	-195.43	-67.86	-102.78	-167.42	-38.15
2042	-88.07	-157.28	-18.86	-135.89	-201.38	-70.40	-106.10	-172.46	-39.74
2043	-90.82	-161.84	-19.81	-140.14	-207.33	-72.94	-109.41	-177.50	-41.33
2044	-93.58	-166.39	-20.76	-144.38	-213.28	-75.49	-112.73	-182.54	-42.92
2045	-96.33	-170.94	-21.72	-148.63	-219.23	-78.03	-116.05	-187.58	-44.51
2046	-99.08	-175.49	-22.67	-152.88	-225.17	-80.58	-119.36	-192.62	-46.10
2047	-101.83	-180.03	-23.63	-157.12	-231.12	-83.13	-122.68	-197.66	-47.69
2048	-104.59	-184.58	-24.59	-161.37	-237.06	-85.68	-125.99	-202.69	-49.29
2049	-107.34	-189.13	-25.55	-165.62	-243.01	-88.23	-129.31	-207.73	-50.89
2050	-110.09	-193.67	-26.51	-169.86	-248.95	-90.78	-132.62	-212.76	-52.48
2051	-112.84	-198.21	-27.47	-174.11	-254.89	-93.33	-135.94	-217.79	-54.08
2052	-115.59	-202.75	-28.43	-178.36	-260.83	-95.88	-139.25	-222.83	-55.68
2053	-118.35	-207.29	-29.40	-182.60	-266.77	-98.44	-142.57	-227.86	-57.28
2054	-121.10	-211.83	-30.36	-186.85	-272.71	-100.99	-145.89	-232.89	-58.89
2055	-123.85	-216.37	-31.33	-191.10	-278.64	-103.55	-149.20	-237.91	-60.49
2056	-126.60	-220.91	-32.29	-195.34	-284.58	-106.10	-152.52	-242.94	-62.09
2057	-129.36	-225.45	-33.26	-199.59	-290.52	-108.66	-155.83	-247.97	-63.70
2058	-132.11	-229.99	-34.23	-203.84	-296.45	-111.22	-159.15	-253.00	-65.30
2059	-134.86	-234.52	-35.20	-208.08	-302.39	-113.78	-162.46	-258.02	-66.90
2060	-137.61	-239.06	-36.17	-212.33	-308.32	-116.34	-165.78	-263.05	-68.51

表4 我国台湾地区 Lee - Carter 模型参数 k_t 的点预测和区间预测 %

年份	台湾男性			台湾女性			台湾合计		
	点预测	80% 下限	80% 上限	点预测	80% 下限	80% 上限	点预测	80% 下限	80% 上限
2011	-2.01	-4.45	0.44	-2.53	-5.13	0.08	-2.20	-4.52	0.13
2012	-4.01	-7.51	-0.52	-5.06	-8.78	-1.33	-4.40	-7.72	-1.07
2013	-6.02	-10.36	-1.69	-7.58	-12.20	-2.96	-6.59	-10.72	-2.47
2014	-8.03	-13.09	-2.97	-10.11	-15.51	-4.71	-8.79	-13.61	-3.98
2015	-10.04	-15.76	-4.31	-12.64	-18.74	-6.54	-10.99	-16.43	-5.54
2016	-12.04	-18.38	-5.71	-15.17	-21.93	-8.41	-13.19	-19.22	-7.16
2017	-14.05	-20.97	-7.13	-17.69	-25.07	-10.32	-15.38	-21.97	-8.80
2018	-16.06	-23.54	-8.58	-20.22	-28.19	-12.25	-17.58	-24.69	-10.47
2019	-18.07	-26.08	-10.05	-22.75	-31.29	-14.21	-19.78	-27.40	-12.16
2020	-20.07	-28.61	-11.54	-25.28	-34.37	-16.18	-21.98	-30.09	-13.86
2021	-22.08	-31.12	-13.04	-27.81	-37.44	-18.17	-24.18	-32.77	-15.58
2022	-24.09	-33.62	-14.56	-30.33	-40.50	-20.17	-26.37	-35.44	-17.31
2023	-26.10	-36.11	-16.08	-32.86	-43.54	-22.18	-28.57	-38.10	-19.04
2024	-28.10	-38.60	-17.61	-35.39	-46.57	-24.20	-30.77	-40.75	-20.79
2025	-30.11	-41.07	-19.15	-37.92	-49.60	-26.23	-32.97	-43.39	-22.54
2026	-32.12	-43.54	-20.70	-40.44	-52.62	-28.27	-35.16	-46.03	-24.30
2027	-34.13	-46.00	-22.25	-42.97	-55.64	-30.31	-37.36	-48.66	-26.06
2028	-36.13	-48.46	-23.81	-45.50	-58.64	-32.36	-39.56	-51.29	-27.83
2029	-38.14	-50.92	-25.37	-48.03	-61.65	-34.41	-41.76	-53.91	-29.61
2030	-40.15	-53.37	-26.93	-50.56	-64.65	-36.46	-43.96	-56.53	-31.38
2031	-42.16	-55.81	-28.50	-53.08	-67.64	-38.52	-46.15	-59.14	-33.16
2032	-44.16	-58.26	-30.07	-55.61	-70.64	-40.59	-48.35	-61.76	-34.95
2033	-46.17	-60.70	-31.65	-58.14	-73.62	-42.65	-50.55	-64.37	-36.73
2034	-48.18	-63.13	-33.22	-60.67	-76.61	-44.72	-52.75	-66.97	-38.52
2035	-50.19	-65.57	-34.81	-63.19	-79.59	-46.80	-54.95	-69.58	-40.31
2036	-52.19	-68.00	-36.39	-65.72	-82.57	-48.87	-57.14	-72.18	-42.11
2037	-54.20	-70.43	-37.97	-68.25	-85.55	-50.95	-59.34	-74.78	-43.90
2038	-56.21	-72.86	-39.56	-70.78	-88.53	-53.03	-61.54	-77.38	-45.70
2039	-58.22	-75.29	-41.15	-73.31	-91.50	-55.11	-63.74	-79.97	-47.50
2040	-60.22	-77.71	-42.74	-75.83	-94.48	-57.19	-65.93	-82.57	-49.30
2041	-62.23	-80.13	-44.33	-78.36	-97.45	-59.28	-68.13	-85.16	-51.10
2042	-64.24	-82.55	-45.92	-80.89	-100.42	-61.36	-70.33	-87.75	-52.91
2043	-66.25	-84.97	-47.52	-83.42	-103.38	-63.45	-72.53	-90.34	-54.71
2044	-68.25	-87.39	-49.11	-85.94	-106.35	-65.54	-74.73	-92.93	-56.52
2045	-70.26	-89.81	-50.71	-88.47	-109.32	-67.63	-76.92	-95.52	-58.33
2046	-72.27	-92.23	-52.31	-91.00	-112.28	-69.72	-79.12	-98.11	-60.14
2047	-74.28	-94.64	-53.91	-93.53	-115.24	-71.81	-81.32	-100.69	-61.95
2048	-76.28	-97.06	-55.51	-96.06	-118.20	-73.91	-83.52	-103.28	-63.76
2049	-78.29	-99.47	-57.11	-98.58	-121.16	-76.00	-85.71	-105.86	-65.57
2050	-80.30	-101.88	-58.71	-101.11	-124.12	-78.10	-87.91	-108.44	-67.38
2051	-82.31	-104.30	-60.32	-103.64	-127.08	-80.20	-90.11	-111.03	-69.19
2052	-84.31	-106.71	-61.92	-106.17	-130.04	-82.29	-92.31	-113.61	-71.01
2053	-86.32	-109.12	-63.53	-108.69	-133.00	-84.39	-94.51	-116.19	-72.82
2054	-88.33	-111.53	-65.13	-111.22	-135.95	-86.49	-96.70	-118.77	-74.64
2055	-90.34	-113.94	-66.74	-113.75	-138.91	-88.59	-98.90	-121.35	-76.45
2056	-92.34	-116.34	-68.34	-116.28	-141.87	-90.69	-101.10	-123.93	-78.27
2057	-94.35	-118.75	-69.95	-118.81	-144.82	-92.79	-103.30	-126.51	-80.09
2058	-96.36	-121.16	-71.56	-121.33	-147.77	-94.89	-105.49	-129.08	-81.91
2059	-98.37	-123.56	-73.17	-123.86	-150.73	-97.00	-107.69	-131.66	-83.72
2060	-100.37	-125.97	-74.78	-126.39	-153.68	-99.10	-109.89	-134.24	-85.54

(2) 未来 50 年 $m_{x,t}$ 和 $\ln(m_{x,t})$ 的预测误差。为了评价 Lee-Carter 模型的预测能力, 表 5 和表 6 分别绘制了 $m_{x,t}$ 和 $\ln(m_{x,t})$ 水平下的各种预测误差。显然, 采用 MPE 和 MAPE、IPE 和 IAPE 这四个相对水平的预测误差可以横向比较我国大陆和台湾地区未来 50 年死亡率的点预测精度。从这两表可以看出, $\ln(m_{x,t})$ 水平下大陆地区的 MAPE 和 IAPE 要大些, MPE 和 IPE 要小些, 但 $m_{x,t}$ 水平下大陆地区的这四个预测误差都明显更大。

表 5 基于中心死亡率水平得到的预测误差 %

Lee-Carter 模型		年龄水平				年份水平			
		ME	MSE	MPE	MAPE	IE	ISE	IPE	IAPE
大陆地区	男性	-0.00002	0.0003	0.0470	0.1780	-0.0011	0.0309	4.7062	17.2818
	女性	0.0002	0.0001	0.0656	0.2114	0.0170	0.0058	6.5851	20.5343
	合计	0.00004	0.0001	0.0305	0.1403	0.0057	0.0059	3.0491	13.5251
台湾地区	男性	-0.0008	0.0006	0.0120	0.0884	-0.0613	0.0475	1.1535	8.5091
	女性	-0.0002	0.0002	0.0089	0.0750	-0.0106	0.0174	0.8778	7.1617
	合计	-0.0002	0.0003	0.0073	0.0658	-0.0172	0.0218	0.7106	6.3497

表 6 基于对数中心死亡率水平得到的预测误差 %

Lee-Carter 模型		年龄水平				年份水平			
		ME	MSE	MPE	MAPE	IE	ISE	IPE	IAPE
大陆地区	男性	0.0117	0.0610	0.0012	0.0395	1.1640	5.4237	0.1299	3.7894
	女性	0.0174	0.0838	-0.0011	0.0365	1.7290	7.4441	-0.1230	3.3859
	合计	0.0082	0.0404	-0.0003	0.0278	0.8077	3.6072	-0.0396	2.5909
台湾地区	男性	0.0033	0.0163	0.0033	0.0322	0.3324	1.5015	0.2749	2.8743
	女性	0.0033	0.0111	0.0019	0.0216	0.3265	1.0038	0.1107	1.9509
	合计	0.0027	0.0090	0.0027	0.0219	0.2699	0.8387	0.1624	1.9802

4. 平均预期寿命 $e_{x,t}$ 的估计及预测

(1) 新生儿平均预期寿命 $e_{0,t}$ 的估计及预测结果。下面结合 $m_{x,t}$ 的点估计值和点预测值, 利用式 (5) - 式 (9) 计算第 t 年、年龄为 x 岁的人口平均预期寿命 $e_{x,t}$ 。图 3 和图 4 分别给出了我国大陆和台湾地区新生儿平均预期寿命 $e_{0,t}$ 的点估计、点预测及区间预测。其中, 区间预测是基于 2000 次模拟运算得到的 $e_{0,t}$ 的置信水平为 80% 的置信区间。

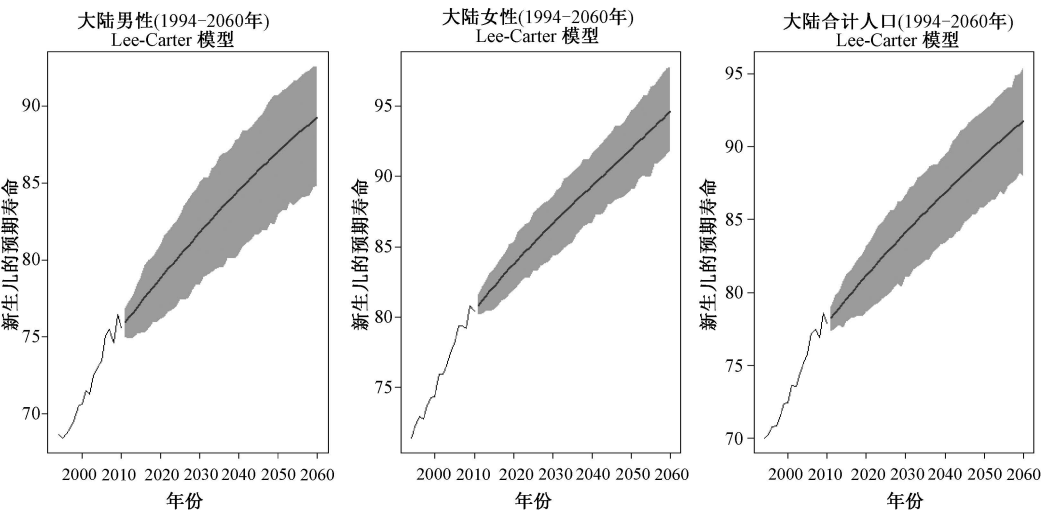


图 3 我国大陆地区 1994 - 2060 年新生儿平均预期寿命 $e_{0,t}$ 的估计和预测结果

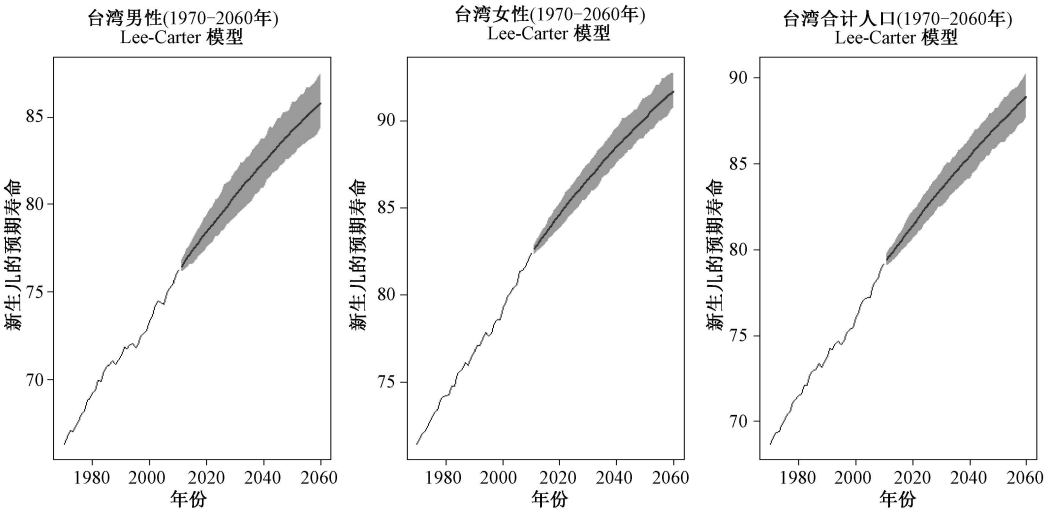


图4 我国台湾地区1970-2060年新生儿平均预期寿命 $e_{0,t}$ 的估计和预测结果

从中可以看出，第一，无论是大陆地区还是台湾地区，Lee-Carter 模型估计和预测的女性新生儿的平均预期寿命都明显高于男性，且这种性别差异在未来 50 年仍持续显著。第二，Lee-Carter 模型得到的 2011-2029 年大陆地区男性、女性和合计人口新生儿平均预期寿命的点预测结果与台湾地区很接近，2030-2060 年大陆地区的点预测结果明显更高，而且预测期越长，这种差异越大。这在一定程度上表明，针对有限的大陆数据，Lee-Carter 模型的短期预测的有效性相对比较可靠，不适宜进行中长期预测。第三，与充足数据相比，有限数据情况下预测的置信区间更大，预测的有效性更差。

(2) 平均预期寿命 $e_{x,t}$ 的估计及预测结果。为了深层次剖析我国大陆地区全年龄段人口平均预期寿命的动态演变，图 5 进一步绘制了各年龄平均预期寿命随时间的变化趋势，在每个子图中，位于最上方的是年龄较低人群的平均预期寿命，随着年龄的增长，相应的平均预测寿命对应的曲线下移。从图中每条曲线的斜率可以看出，年龄越高人群的平均预期寿命随时间的动态改善明显降低，这印证了已有研究得出的不同年龄死亡率改善情况存在差异性的结论，也为动态死亡率建模中考虑出生年效应提供了证据。



年龄平均预期寿命随时间的变化趋势

5. 构造动态生命表

图 6 进一步绘制了我国大陆地区 1994-2060 年 0-100 岁及以上男性、女性和合计人口的平均预期寿命的变化特征，这也可以视为利用 $m_{x,t}$ 的估计值和点预测值编制的基于时期的动态生命表。类似地，我们也可以基于式 (10) 或式 (11) 构造动态生命表，随着计算技术的快速发展，这种构造方法比前面所述的传统构造方法更简单。

四、总结

本文基于 Lee-Carter 模型在拟合和预测全年龄段人口死亡率、计算平均预期寿命和构造动态生命表中的应用三个方面，深度剖析了我国大陆地区 1994-2060 年、台湾地区 1970-2060 年 0-100 岁及以上男性、女性和合计人口死亡率和平均预期寿命的动态演变规律，不但揭示了所有年龄人口死亡

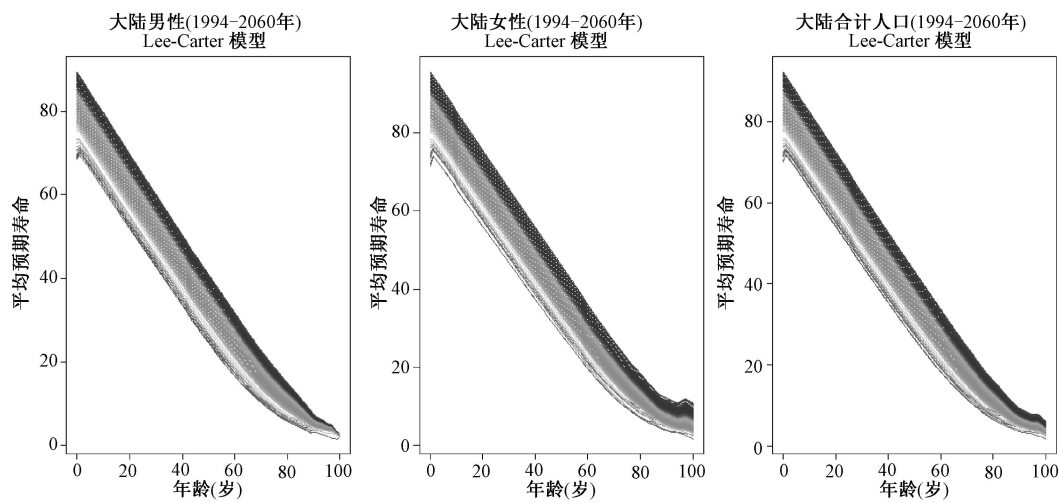


图 6 基于 Lee-Carter 模型构造的我国大陆地区 1994 - 2060 年的时期生命表

率和平均预期寿命的性别差异和区域差异，以及不同年龄死亡率改善情况的差异性，而且揭示了这些差异随时间的动态变化特征。主要表现在：第一，无论是大陆地区还是台湾地区，女性各年龄人口死亡率改善程度、平均预期寿命延长的程度都明显高于男性。第二，无论是大陆地区还是台湾地区，男性、女性和合计人口中年龄越高人群的平均预期寿命随时间的动态改善程度明显降低。第三，无论是男性、女性还是合计人口，我国大陆地区和台湾地区各年龄死亡率、平均预期寿命之间的差异明显缩小，未来死亡率呈现趋同化发展。这种趋同化发展可以为我国长寿风险的量化与管理、相关政策和制度的设计与优化提供理论依据。第四，与台湾地区的充足数据相比，大陆地区在有限数据下 Lee-Carter 模型的中长期预测误差更大。通过比较未来 50 年大陆地区和台湾地区模型参数、死亡率和平均预期寿命的点预测和区间预测，以及预测误差，我们得出短期预测的有效性更可靠，即 20 年之内的预测有效性较可靠的结论。

最后指出，有关模型拟合效果和预测有效性的问题，实质上涉及模型风险和过程风险。其中，模型风险包含了特定情况下的参数风险。参数风险是给定选取的模型（如 Lee-Carter 模型），源于抽样误差导致的风险，即由于缺乏对未来死亡率的概率分布的正确认识导致的风险；过程风险是源于即使可以确定未来死亡率的精确概率分布，死亡率趋势仍可能存在的不确定性。通常来说，关于模型选择和模型误差的问题是很困难的，目前仍没有相应的统计方法能对这一问题给出一个完美的解释。

参考文献：

[1] LEE R D, CARTER L R. Modeling and forecasting U.S. mortality [J]. Journal of the American Statistical Association, 1992, 419: 659 - 671.

[2] BROUHNS N, DENUIT M, VERMUNT J K. A poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected life tables [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2002 (3): 373 - 393.

[3] BROUHNS N, DENUIT M, VAN K I. Bootstrapping the poisson log-bilinear model for mortality forecasting [J]. Scandinavian Actuarial Journal, 2005 (3): 212 - 224.

[4] COSSETTE H, DENUIT A, DENUIT M, GUILLOT F, MARCEAU E. Pension plan valuation and mortality projection: a case study with mortality data [J]. North American Actuarial Journal, 2007 (1): 1 - 34.

[5] DELWARDE A, DENUIT M, PARTRAT C. Negative binomial version of the Lee-Carter Model for mortality forecasting [J]. Applied Stochastic Models and Data Analysis, 2007 (5): 385 - 401.

[6] RENSHAW A E, HABERMAN S. Lee-Carter mortality forecasting with age-specific enhancements [J]. Insurance: Mathematics and

Economics, 2003 (2): 255–272.

- [7] RENSHAW A E, HABERMAN S. A Cohort-based extension to the Lee-Carter Model for mortality reduction factors [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2006 (3): 556–570.
- [8] CAIRNS A J C, BLAKE D, DOWD K. A Two-factor Model for stochastic mortality with parameter uncertainty: theory and calibration [J]. Journal of Risk and Insurance, 2006 (4): 687–718.
- [9] CAIRNS A J C, BLAKE D, DOWD K, COUCHLAN C D, EPSTEIN D, ONG A, BALEVICH I. A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States [J]. North American Actuarial Journal, 2009 (1): 1–35.
- [10] HABERMAN S, RENSHAW A E. On age-period-cohort parametric mortality rate projections [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2009 (2): 255–270.
- [11] 王建平, 涂肇庆. 香港人口死亡率演变及其未来发展 [J]. 人口研究, 2003 (5): 63–72.
- [12] 任强, 游允中, 郑晓瑛, 宋新明, 陈功. 20 世纪 80 年代以来我国人口死亡的水平、模式及区域差异 [J]. 中国人口科学, 2004 (3): 19–29.
- [13] 明艳. 我国婴儿死亡率的变动趋势及区域差异研究 [J]. 人口研究, 2009 (5): 77–87.
- [14] 李志生, 刘恒甲. Lee-Carter 死亡率模型的估计与应用——基于我国人口数据的分析 [J]. 中国人口科学, 2010 (3): 46–56.
- [15] 王晓军, 黄顺林. 中国人口死亡率随机预测模型的比较与选择 [J]. 人口与经济, 2011 (1): 82–86.
- [16] POLLARD J H. The expectation of life and its relationship to mortality [J]. Journal of the Institute of Actuaries, 1982 (2): 225–240.
- [17] ARRIAGA E E. Measuring and explaining the change in life expectancies [J]. Demography, 1984 (1): 83–96.
- [18] 彭非, 封婷. 两种平均预期寿命差异分解模型的比较研究 [J]. 人口研究, 2011 (3): 97–105.
- [19] 苟晓霞. “人均预期寿命提高 1 岁”的实证研究 [J]. 人口与经济, 2012 (3): 45–50.
- [20] 王晓军, 米海杰. 中国人口死亡率改善水平比较分析 [J]. 统计研究, 2013 (2): 58–63.

[责任编辑 冯 乐]