中国家庭生育行为转变的经济学解释理论模型

蒋正华　李丽君

一、中国生育率及期望家庭规模的变化

自古以来，中国社会就有多生孩子的强烈愿望，多子多福是人人欢迎的祝颂词。直到本世纪60年代以前，中国农村家庭通常都有六到七个孩子。即使是在城市中，一个家庭有四到五个孩子也属常见。1959年到1962年的三年困难时期曾中断了中国的高生育率，自那时起，中国城市人口的生育率再未恢复到50年代的水平，但在农村地区生育率却有十分戏剧性的变化。从1963年到1970年，婴儿出生高潮震撼了政府和许多有识之士。在此期间，每年约有3000万以上的婴儿出生，婴儿浪潮推动着政府必须加强计划生育工作。表1列出了近半个世纪的总和生育率和年龄别生育率，数据表明，70年代生育率迅速下降，在80年代后期生育变化则处于停顿。

从1981年到1987年各个区域生育率的数据看，是与各地社会经济发展水平完全吻合的。高生育率地区或是少数民族聚居区，或是最贫困的省区，如西藏、新疆、宁夏、广西、贵州和云南，这些地区有的是一直保持着传统的风俗习惯和生活方式，或是发展水平较低。

国家统计局在1987年进行的深入的生育力调查表明，即使是在城市地区，半数以上的已婚妇女仍然希望生两个孩子。北京市和辽宁省是两个工业化的地区，1988年这两个地区农业产值仅占总产值的8.3%和13.1%。贵州、甘肃在经济发展方面相对落后，农村人口比例很高，有许多人仍希望有四个甚至更多的孩子。广东是另一个值得进一步研究的地区，虽然这一地区经济发展很快，却对计划生育工作重视不够，其结果是这里的妇女希望有更多孩子的比例高于辽宁。山东从经济发展的角度来说在广东、辽宁之后，但政府对控制人口增长过快十分重视。因此，在十年之内，这个在中国位列第二的人口大省将人口数的排名降到了第三位。

由上可见，在期望生育率与实际生育率之间存在着强烈的相关关系。因此，研究人口政策、经济发展对期望孩子数的影响并进而研究其对决定生育率的作用是一项很有意义的工作。特别是宏观决策对微观生育行为，亦即家庭作出生育决策的影响值得深入的研究。在这类研究中，经济理论对分析十分有用，每个家庭都竭力使自己有限的资源达到最优配置以使自己的效用最大，因此，所有与构成效用函数及优化有限资源分配的因素都将影响生育率控制。

在许多情况下，可以发现生育率是与家庭时间配置有关。经济活动繁忙的家庭肯定没有时间去生育大量孩子，而有大量闲暇时间的人也不会在工作中十分活跃，在低发展水平的情况下，这些人没有更多消磨时间的方法，就会多生孩子，孩子成为娱乐的一种替代品。对城

市居民而言，消磨闲暇时间有许多可供选择的方式，孩子可以看成是一种特殊的商品，增加一个孩子的效用对各不同孩子是不同的，对各家庭也不相同，因为他们对消费的需求可能不同。因此，可以建立一个一般模型，用来分析家庭时间分配的决定因素及其后果，从而最终决

表 1　　中国 1940 年以来生育率的变化

年　份	合　计	15—19	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49
1940	5.251	0.0788	0.2352	0.2394	0.2090	0.1733	0.1008	0.0137
1941	5.317	0.0787	0.2371	0.2414	0.2127	0.1765	0.1021	0.0149
1942	5.001	0.0760	0.2290	0. 230	0.1980	0.1650	0.0950	0.0140
1943	5.300	0.0774	0.2321	0.2406	0.2141	0.1781	0.1028	0.0148
1944	5.187	0.0716	0.2262	0.2355	0.2116	0.1764	0.1017	0.0145
1945	5.295	0.0752	0.2372	0.2393	0.2129	0.1769	0.1027	0.0148
1946	5.514	0.0750	0.2514	0.2481	0.2204	0.1864	0.1070	0.0154
1947	5.840	0.0783	0.2605	0.2663	0.2324	0.2067	0.1145	0.0164
1948	5.509	0.0771	0.2446	0.2479	0.2193	0.1884	0.1091	0.0154
1949	6.139	0.0896	0.2750	0.2750	0.2419	0.2087	0.1203	0.0172
1950	5.813	0.0372	0.2639	0.2593	0.2255	0.1942	0.1139	0.0136
1951	5.699	0.0900	0.2599	0.2587	0.2188	0.1858	0.1094	0.0171
1952	6.472	0.1036	0.2951	0.2964	0.2602	0.2045	0.1178	0.1081
1953	6.049	0.0956	0.2758	0.2867	0.2420	0.1924	0.1016	0.0157
1954	6.278	0.0992	0.2863	0. 976	0.2511	0.1996	0.1055	0.0163
1955	6.261	0.0902	0.2943	0.2993	0.2454	0.1966	0.1089	0.0175
1956	5.854	0.00784	0.2693	0.2857	0.2377	0.1838	0.1007	0.0152
1957	6.405	0.0833	0.3023	0.31000	0.2703	0.2011	0.0999	0.0141
1958	5.679	0.0750	0.2624	0.2715	0.2397	0.1817	0.0931	0.0125
1959	4.303	0.0456	0.1962	0.2220	0.1876	0.1360	0.0654	0.0077
1960	4.015	0.0401	0.1847	0.2048	0.1686	0.1365	0.0618	0.0064
1961	3.287	0.0348	0.1650	0.1749	0.1433	0.0940	0.0408	0.0046
1962	6.023	0.0578	0.2879	0.3240	0.2686	0.1855	0.0711	0.0096
1963	7.502	0.00795	0.3481	0.3736	0.3256	0.2536	0.1080	0.0120
1964	6.176	0.0704	0.2952	0.3088	0.2606	0.1927	0.0963	0.0111
1965	6.076	0.0583	0.2892	0.3111	0.2686	0.1956	0.0924	0.0122
1966	6.259	0.0563	0.2992	0.3217	0.2641	0.2053	0.0939	0.0113
1967	5.313	0.0425	0.2561	0.2869	0.2263	0.1647	0.0786	0.0074
1968	6.448	0.0529	0.3069	0.3456	0.2811	0.1986	0.0941	0.0103
1969	5.723	0.0458	0.2747	0.3102	0.2404	0.1786	0.0847	0.0103
1970	5.812	0.0453	0.2836	0.3127	0.2476	0.1790	0.0837	0.0105
1971	5.442	0.0403	0.2699	0.3026	0.2307	0.1622	0.0751	0.0076
1972	4.984	0.0319	0.2442	0.2851	0.2133	0.1475	0.0678	0.0070
1973	4.539	0.0281	0.2279	0.2705	0.1925	0.1262	0.0554	0.0073
1974	4.170	0.0242	0.2193	0.2594	0.1710	0.1051	0.0492	0.0058
1975	3.751	0.0200	0.1950	0.2300	0.1400	0.0857	0.0386	0.0050
1976	3.235	0.0162	0.1792	0.2264	0.1184	0.0705	0.0323	0.0039
1977	2.844	0.0119	0.1610	0.1541	0.1018	0.0557	0.0233	0.0040
1978	2.716	0.0125	0.1526	0.1597	0.0956	0.0445	0.0201	0.0038
1979	2.745	0.0121	0.1609	0.2196	0.0955	0.0412	0.0176	0.0022
1980	2.238	0.0098	0.1419	0.1898	0.0645	0.0273	0.0112	0.0031
1981	2.631	0.0153	0.1821	0.2131	0.0705	0.0305	0.0126	0.0021
1982	2.673	0.0165	0.1867	0.2190	0.0704	0.0284	0.0116	0.0021
1984	1.846	0.0074	0.1330	0.1551	0.0491	0.0157	0.0065	0.0023
1985	1.930	0.0071	0.1464	0.1473	0.0513	0.0196	0.0087	0.0055
1986	2.291	0.0087	0.1832	0.1682	0.0668	0.0224	0.0065	0.0024
1989	2.117	0.0109	0.1776	0.1613	0.0558	0.0207	0.0056	0.0015

资料来源：1984—1986年据国家统计局抽样结果计算而得，1989年据1990年的调查，其余据1982年1‰妇女生育率调查结果。

定对孩子数量的需求。有一些政策影响也可通过对孩子数量需求关键因素的识别而加以分析。

二、家庭时间配置模型

对典型的中国家庭而言，时间可以当作一种稀缺资源。一对夫妇的可支配时间T可以分为两个部分，即工作时间与闲暇时间。工作时间可进一步分为市场工作时间L_M及家庭工作时间L_H。家庭从市场劳动中取得货币收入，从家庭工作中得到影子收入。之所以将这部分收入称为影子收入是由于只有当家庭工作的边际产出比在市场劳力的利益更高时才有这部分收入。闲暇时间不产生货币价值，但具有一定的效用，例如睡眠和休息。若一对夫妇欲使家庭的效用最大，则可从约束线与效用曲线的切点求得时间分配的解。图1中，D点将时间分为工作及闲暇两部分，而同样地可得到L_M及L_H的分配。图中C是家庭消费，W为市场工资率，P为商品价格，A为非工作收入，例如社会保险等，其解为L^*。

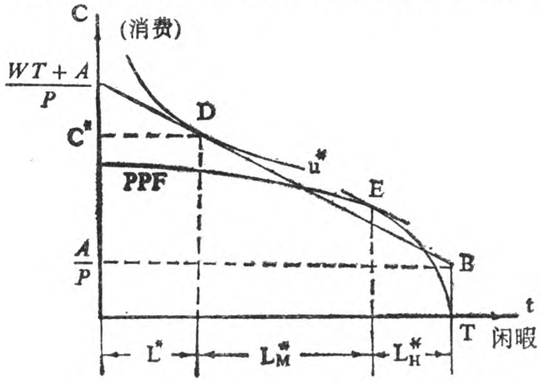

图 1　家庭时间配置模型

C：家庭消费　W：市场工资率

P：消费品价格　A：非工作收入

PPF为一个家庭的生产可能性，对每个家庭都不同。家庭分配时间的原则是：若化费更多的时间于市场工作，则所获得的附加收入将小于做家庭工作，这样，平行于约束线的直线与生产可能性曲线PPF的切点E将工作时间分为L_M^*及L_H^*两部分。

在点D上，最大效用为$U^*(C^*, L^*)$，其中C^*，L^*是货币及非货币消费的最优组合。以数学形式表示，在点D上有

$$MRS_{LC} = \frac{W}{P} \tag{2.1}$$

其中MRS_{LC}为闲暇对工作的边际替代率，$\frac{W}{P}$为实际市场工资率。

同样，对点E，家庭工作对市场工作边际收益即是实际工资率。只要知道一个家庭的效用函数、生产可能性函数、非工作收入、工资率及价格，就可以求出该家庭的最优时间配置。反之，若欲影响一个家庭的生育行为，上述参数可以用作控制参数。

三、中国的情况：城市及农村居民

中国的城市居民除了作为劳动力之外别无其他获得货币收入的途径，特别是60和70年代，私人的所有企业在中国不存在，因此工作情况十分单纯，如图2中的模型所示。

当工资上升时，在中国沿海较发达的地区可以观察到家庭闲暇时间在开始时减少，但以后又增加。由于家庭规模的生产力很低，因此，当工资率上升时家庭工作时间持续地减少。对城镇中自谋职业者，其PPF曲线将如图3所示变得陡峭。当市场工资率低时，家庭生产的边际收入将高于工资率，劳动者选择在家工作；当市场工资率高时，家庭生产的边际收入低于工资率，这将会使劳动者从家中被拉出而投入到市场劳动力中。

对农村家庭的分析，就研究经济变化对生育率的影响而言是更重要的。在中国农村推广“责任制”之前，农民几乎没有任何家庭生产，家庭中的商品化生产活动均被当作“资本主义尾巴”而被割掉，从生产队获得的收入又很低，这种情况导致了时间分配系统中有更多的闲暇

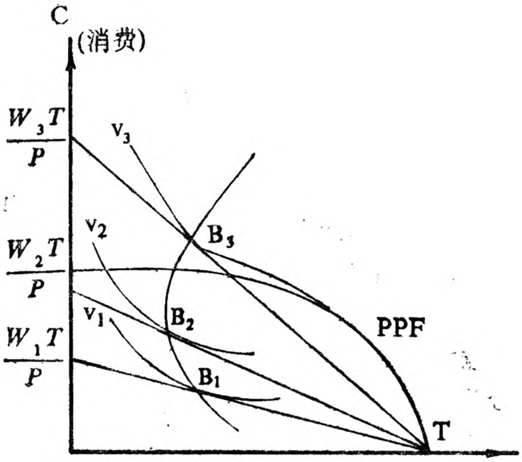

图2 典型中国城市家庭时间配置曲线

1：无自谋职业

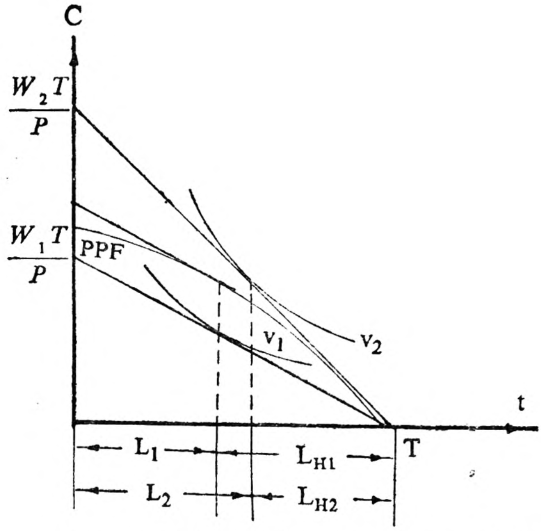

图3 典型中国城市家庭时间配置曲线

2：有自谋职业

时间和较少的工作时间部分，如图4所示。

80年代在农村实行“责任制”后，期望工资率不再存在，每个家庭必须尽力获得最大的收入，时间配置将决定于效用曲线与家庭生产可能曲线的切点，显然，若一个家庭有较高的PPF，则家庭成员将得到较高的效用及较少的闲暇时间。因此，由不同的生产能力和消费目标出发，不同的家庭时间配置是有差别的。（图5）

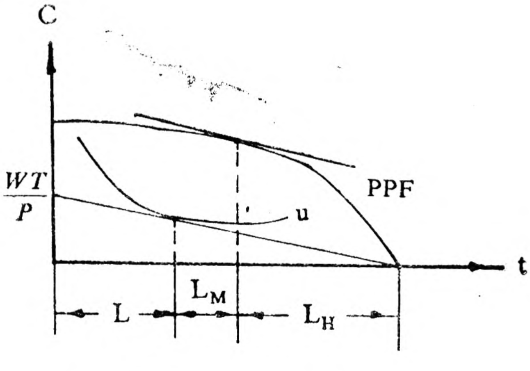

图4 农村家庭经济改革前时间配置

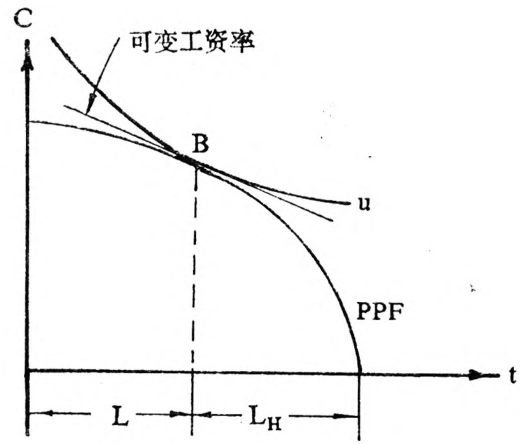

图5 农村家庭经济改革后时间配置

在更复杂的情况下，若一个家庭有可能选择参与不同产业部门的工作，则必定存在着家庭的最优决策。不同的家庭可能各有其擅长的技术，因此有不同的PPF曲线。在这种情况下，经典的模型必须进一步扩充。假设对各种工作可以获得相应的PPF曲线，则约束直线将是某种工作的特殊情况。例如，一个家庭若有图6所示的田间劳动和副业工作的PPF曲线，显然，公切线将决定这两种工作的时间配置，在B点的右边，副业生产的边际收益大于田间劳动；同样，在B点左边，家庭因利益关系选择田间劳动。若两条PPF曲线无公切线，则家庭将只选择有利的一种工作，如图7所示。在图6和图7的两种情况下，闲暇和工作时间的分配都由效

用函数曲线与PPF曲线之切点决定。

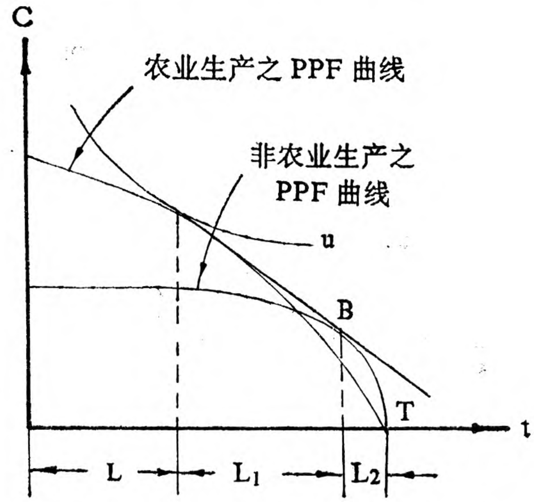

图6a　人口密度很高，且非农业经济成份比例高的地区的家庭时间配置

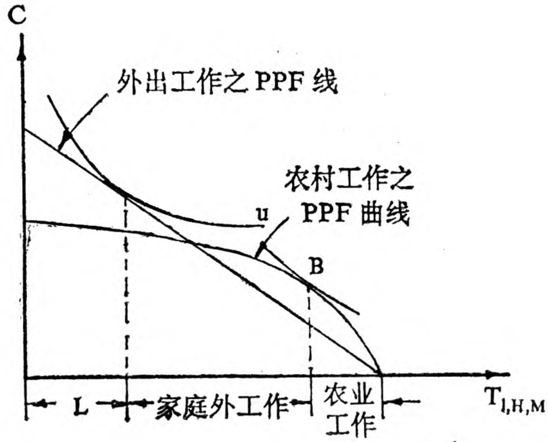

图6b　人口密度很高但经济不发达地区的农民的外出劳动

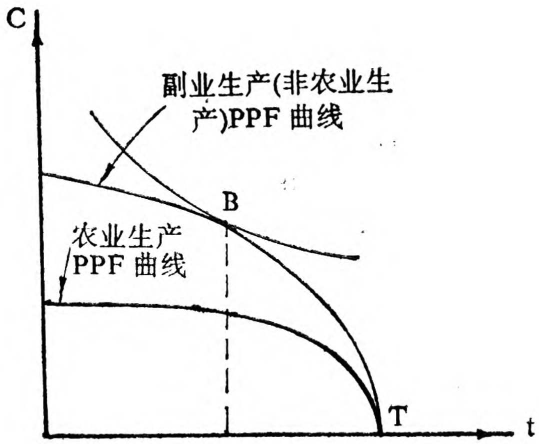

图 7　农村家庭有两种家庭工作情况

该模型也可用于解释收入分配对生产率的影响。若某生产单位的分配很平均，即贡献不同的工作人员工资差别很小，图8 所示的就是这种情况。曲线n_1表示，开始时，工作时间增加可得到更多的报酬，但很快，更多工作所带来的附加收入急剧下降。曲线n表示的是一种较好的分配制度，它鼓励劳动者工作得更好以取得更高的报酬。在发达地区，更多的劳动时间不能使劳动者得到更多的享受，因此可能导致选择更多的闲暇时间而达到更高的效用。然而在发展程度还不高的社会中，收入平均分配可能导致一种非自愿休闲的状态，如图9所示。隐蔽性失业是非自愿休闲的另一种形式，低工资W_2导致较多的闲暇和较少的工作时间配置模式。

效用函数曲线与孩子所带来利益的认识有关。在城市中，居民依靠工资生活，对老年人，养老金制度是他们的保障。但农村的情况完全不同，表 2 、表3所列的是西安交通大学人口研究所与人口理事会合作进行的家庭调查结果，数字表明大多数家庭的户主相信男孩将给家庭带来经济利益，从50年代到80年代，将男孩作为老年保险的户主比例有极大改变。60年代广泛实行的公社制使许多农民相信他们可以没有孩子而依靠生产队生活，然而，70年代和80年代生孩子的农民中以男孩作为老年时依靠的比例迅速增长到74％，这种转变令人吃惊。其原因也许有二：70年代和80年代出生的孩子数量减少，使他们在赡养双亲方面的重要性增加。第二，经济改革使未来的前景不确定性增加，农民希望更加依靠子女以减少数十年后的未

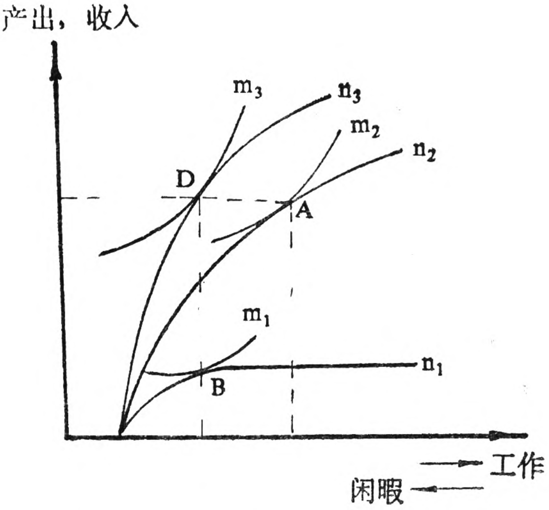

图 8　收入平均分配

m_1：工人的利益曲线，n_1：收入分配曲线

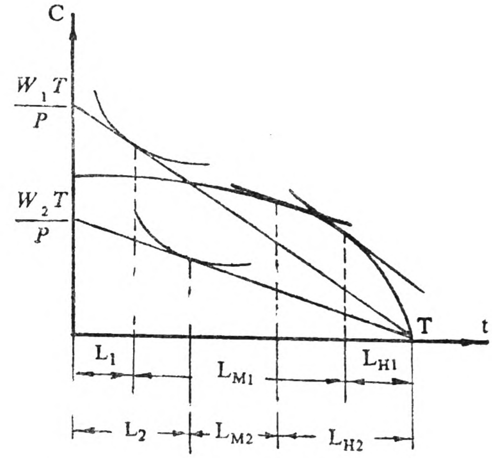

图 9　低工资下的非自愿替代

知风险。令人惊异的是希望儿子立即带来经济利益的农民比例很小，相反，农民却期望女儿在结婚时能为家庭带来货币收入，对家庭经济更有用。似乎可以说，希望有一个可靠的幸福晚年的强烈意愿压倒了所有其他经济上的考虑，这一点至少在部分农民中是存在的。

表 2　　按孩子对家庭利益的看法所分的户主的百分率　（%）

户主的看法		孩子出生年代					
		1930s	1940s	1950s	1960s	1970s	1980s
男孩子对家庭的利益	老年时有用	50.0	55.0	64.0	51.0	67.0	74.0
	对家庭经济有益	50.0	9.0	5.0	0.0	2.0	9.0
	感情上的益处	0.0	0.0	0.0	2.0	0.0	8.0
	未想过	0.0	36.0	29.0	44.0	27.0	8.0
	没有用	0.0	0.0	2.0	3.0	4.0	1.0
女孩子对家庭的利益	老年时有用	0.0	0.0	7.0	12.0	10.0	19.0
	对家庭经济有益	2.0	40.0	41.0	33.0	32.0	36.0
	感情上的益处	0.0	0.0	2.0	2.0	12.0	16.0
	未想过	8.0	47.0	34.0	40.0	44.0	28.0
	没有用	0.0	13.0	16.0	13.0	2.0	0.0
开始家庭劳动的年龄	男孩（岁）	7.0	10.4	8.1	10.4	8.5	-
	女孩（岁）	4.0	9.0	7.3	9.3	7.0	-
货币收入	男孩（元/年）	0.0	183.1	126.0	56.7	0.0	-
	女孩（元/年）	0.0	0.0	19.0	7.8	16.7	-

资料来源：西安交通大学人口与经济研究所与人口理事会在咸阳联合调查结果（农村社区调查）

四、中国社会中对孩子的需求

历史上中国社会习惯于有大家庭，长期以来，每个家庭的平均人数大约为5至6人。即使是今天，大约86％的家庭仍有两到三代人，其中20％为三代或三代以上。相比之下，美国不

表 3　　　孩子的直接货币成本

孩子的直接货币成本		出生年代					
		1930s	1940s	1950s	1960s	1970s	1980s
医　疗							
出生—结束哺乳	男孩（元/年）	3.3	3.2	6.8	26.0	38.8	57.2
	女孩（元/年）	4.2	4.4	17.8	8.2	23.0	38.5
结束哺乳—结婚	男孩（元/年）	3.3	6.4	9.9	3.2	27.7	17.5
	女孩（元/年）	4.2	4.4	19.7	10.4	12.8	21.8
保育、抚养							
出生—结束哺乳	男孩（元/年）	0	1.6	5.2	7.6	14.8	51.8
	女孩（元/年）	0	0.9	4.5	8.4	15.2	41.4
结束哺乳—结婚	男孩（元/年）	0	0	6.1	14.5	12.7	43.3
	女孩（元/年）	0	2.0	6.0	7.0	11.9	36.5
满月庆祝							
庆祝总支出	男孩（元）	0	0.8	26.2	53.4	63.9	182.8
	女孩（元）	0	5.0	17.2	26.4	74.9	126.6
净支出（扣除礼物）	男孩（元）	0	0.6	6.0	25.2	25.0	64.4
	女孩（元）	0	-1.2	7.8	2.0	34.6	55.5
衣　着							
出生—入学	男孩（元/年）	0	1.4	2.4	7.7	18.1	30.9
	女孩（元/年）	0	0.9	4.1	10.4	23.8	23.5
入学—毕业	男孩（元/年）	0	2.9	7.2	27.8	40.8	25.0
	女孩（元/年）	0	4.1	11.6	20.5	50.4	21.0
毕业—结婚	男孩（元/年）	1.7	8.2	32.4	75.4	71.8	-
	女孩（元/年）	0.9	16.3	37.3	80.7	86.8	-
教育费							
幼儿园	男孩（元/年）	-	-	-	0.3	5.2	12.1
	女孩（元/年）	-	-	-	0	6.1	22.0
小　学	男孩（元/年）	7.3	13.8	20.1	24.1	45.5	29.2
	女孩（元/年）	4.0	17.8	18.4	28.5	36.3	10.0
中　学	男孩（元/年）	15.0	24.3	33.1	46.7	67.1	-
	女孩（元/年）	-	20.0	29.7	51.5	51.3	-
结　婚							
男孩化费（元）		192.3	486.5	905.4	1495.9	-	-
女孩化费（元）		15.7	67.0	145.8	550.0	-	-
女孩所得收益（元）		-63.5	-162.1	-324.4	-481.0	-	-

注：支出为正，收益为负。　　资料来源：同表 2。

到半数的家庭由两代人构成，很难找到三代以上的家庭。25％的美国家庭户为“空”家庭，其中23％只有一人。从50年代到70年代，美国人的家庭观念发生了巨大的变化，与此相应，不到二十年内，妇女的平均曾生孩子数减少了一半。社会经济条件的迅速变化导致了生活方式的变化，并因此使得父母对孩子数量的需求减少。同样的过程也可在中国不同地区观察到，首先变化开始于60年代的城市地区，以后逐渐向较发达的农村地区，特别是沿海农村发

展。因此，对此过程有定量分析的迫切需要，以便确定采取正确的行动来加速发展过程。

传统的孩子需求经济模型是：
$$\begin{cases} \max U\ (n,\ Z_i) \\ S.t.\ P_n n + p_z Z = I \qquad i = 1, 2, \cdots, m \end{cases} \tag{4.1}$$

此处U（n，Z_i）为效用函数，n为孩子数量，Z_i为第i种消费品，P_n及P_z为相应于n及z的价格。采用勒格朗日乘子法可解式（4.1），勒格朗日函数为：

$$L\ (n, Z_i)\ = U\ (n, Z_i)\ -Y\ (P_n n + P_z Z), i = 1, 2, \cdots, m \tag{4.2}$$

其中Y为任意的勒格朗日乘子，问题（4.2）与（4.1）等价，其一价平衡条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial n} = 0 \text{ 及} \frac{\partial L}{\partial Z} = 0$$

由此得： $\frac{\partial U}{\partial n} - YP_n = 0$及 $\frac{\partial U}{\partial Z_i} - YP_{zi} = 0$， 显然有$\frac{\partial U}{\partial n}/P_n = \frac{\partial U}{\partial Z_i}/Pz_i$

定义：$MU_n = \frac{\partial U\ (n, Z_i)}{\partial n}$ 及$MU_{zi} = \frac{\partial U\ (n,\ z_i)}{\partial Z_i}$

它们分别是相应消费品的边际效用，即变化一个单位消费品所造成的效用的变化。由此，一阶平衡条件可简化为：$\frac{MU_n}{p_n} = \frac{MU_{zi}}{P_{zi}}$

只要知道U（n，z_i）的解析表示式，就可解式（4.3）而求得n及Z_i。

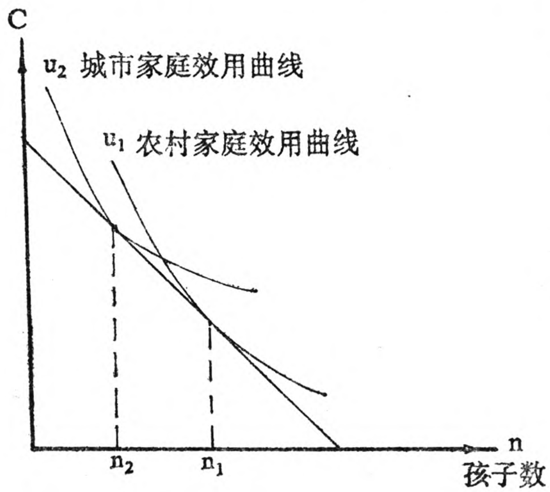

图10 城市和农村在相同收入下孩子数需求的差别

孩子数量的效用在城市和农村是不同的，不同胎次的孩子效用函数可以有很大的差别，图10以图解方式说明了收入相同的城市和农村家庭对孩子数量需求的不同。农村家庭的效用函数曲线比城市的要陡峭得多，因此，农村家庭即使收入与城市相同，而仍然要求生更多的孩子就可以有一个合理的解释。在图中，直线表示一个家庭的收入约束，其定义同前。

对决策者来说，更感兴趣的是如何利用这些规律，引入控制参数以便将生育行为导向所希望的方向。为此需要详细研究微观经济模型并通过各时期的调查收集信息以识别模型中的参数。最重要的是如何通过一些间接方法而不纯粹靠行政干预手段来影响家庭对孩子的需求，为此，应将模型进一步扩充并写成解析式。

五、收入对孩子数量需求的影响

收入与对孩子的需求之间的关联在城市及农村地区有很大不同，表4说明在城市中收入与家庭规模间存在着很高的负相关联系，零阶相关系数为—0.9850。

但对农村地区却不能得到同样的结果，对不同的调查资料进行统计分析的结果都很一致。大致是，人均收入低于500—1000元/年时，收入与生育率为正相关，而收入更高的家庭中，可以看到这两者呈负相关。为解释上述非线性的关系，下面导出一系列扩展模型。

表 4　　收入水平与中国城市家庭规模（1987）

人均收入（元/年）	595.68	732.84	852.24	991.44	1154.04	1351.56	1734.24
每个家庭收入(元/年)	2615.0	3063.30	3357.0	3708.0	4054.7	4554.8	5410.8
家庭人数（人/家）	4.39	4.18	3.94	3.74	3.51	3.37	3.12

数据来源：1988年中国统计年鉴

扩展模型1：考虑孩子的质量与数量，可以获得下面的模型：

$$\begin{cases} \max U\ (n,q,z) \\ s.t.\ n \cdot q \cdot P_b + P_z \cdot Z = I \end{cases} \tag{5.1}$$

其中q为孩子质量，可用受教育年限表示，也可用受教育年限、健康等综合指标表示。P_b则是为使一个孩子获得一个单位质量所付出的代价。用同样的步骤（5.1）可得

$$\frac{MU_n}{q \cdot P_b} = \frac{MU_q}{n \cdot P_b} = \frac{MU_z}{P_z}$$

定义孩子数量的影子价格为增加有确定质量的一名孩子所需代价，故孩子数量影子价格$\pi_n = q \cdot P_b$，同样定义F可得孩子质量影子价格$\pi_q = n \cdot P_b$，这意味着孩子的质量与数量间存在着密切的关系，故扩展模型1的平衡条件可重写如下：

$$\frac{MU_n}{\pi_n} = \frac{MU_q}{\pi_q} = \frac{MU_z}{\pi_z}$$

式中$\pi_z = P_z$即其他消费品的影子价格。

当收入水平改变时，孩子数量和质量对收入的替代弹性变更。收入水平低时，数量的收入替代弹性高于质量的，这就是低收入时收入与孩子呈正相关的原因。相反地，在高收入家庭中质量弹性高于数量弹性，故收入与生育率呈负相关。

扩展模型2：对于代价确定的情况，模型1还可以进一步扩展为如下形式：

$$\begin{cases} \max U\ (n,q,z) \\ s.t.\ P_n \cdot n + P_q + P_b\ (q)\ \cdot n \cdot q + P_z Z = I \end{cases} \tag{5.2}$$

此处P_n为孩子数量的固定价格，包括时间的消耗及其他非货币代价。P_q为孩子质量的固定价格，包括教育等。P_b为平均可变价格，它是孩子质量的函数，与孩子质量边际可变价格不同。最优解可由应用拉格朗日函数求出：

$$L = U\ (n,q,z)\ + \lambda\ (I - P_z Z - P_q - P_b\ (q)\ \cdot n \cdot q)$$

其中L为拉格朗日函数，λ为拉格朗日乘数，平衡条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n} \lambda\ (P_n + P_b q)\ = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial U}{\partial q} - \lambda\ (P_q + P_b n + \frac{\partial P_b}{\partial q} \cdot n \cdot q)\ = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z} = \frac{\partial U}{\partial Z} - \lambda P_z = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - P_n n - P_q q - P_b\ (q)\ nq - P_z Z = 0$$

令孩子数量的固定价格与可变价格比为：$r_n = \frac{P_n}{P_b \cdot q}$

孩子质量的固定与可变价格比为：$r_q = \frac{P_q}{P_b n}$

孩子质量的边际可变价格与平均价格之比为：$1 + \varepsilon pg = 1 + \frac{q}{P_b} \cdot \frac{\partial P_b}{\partial q}$

由此，影子价格可表示如下：

$$\begin{cases} \pi_n = P_b q(1 + r_n) \\ \pi_q = P_b n(1 + r_q + \varepsilon_{pq}) \\ \pi_z = P_z \end{cases}$$

定义影子收入R为：$R = \pi_q + \pi_n n + \pi_z Z$，可解得n,q及z，其一阶平衡条件为：

$$\begin{cases} f_0(n,q,z,\lambda,\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) = \pi_n n + \pi_q q + \pi_z Z - R = 0 \\ f_1(n,q,z,\lambda,\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) = MU_n - \lambda\pi_n = 0 \\ f_2(n,q,z,\lambda,\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) = MU_q - \lambda\pi_q = 0 \\ f_3(n,q,z,\lambda,\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) = MU_z - \lambda\pi_z = 0 \end{cases}$$

雅可比行列式为：

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_0}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_0}{\partial n} & \frac{\partial f_0}{\partial q} & \frac{\partial f_0}{\partial z} \\ \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_1}{\partial n} & \frac{\partial f_1}{\partial q} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_2}{\partial n} & \frac{\partial f_2}{\partial q} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_3}{\partial n} & \frac{\partial f_3}{\partial q} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 0 & \pi_n & \pi_q & \pi_z \\ \pi_n & \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial n \partial q} & \frac{\partial^2 u}{\partial n \partial Z} \\ \pi_q & \frac{\partial^2 u}{\partial n \partial q} & \frac{\partial^2 u}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial n \partial Z} \\ \pi_z & \frac{\partial^2 u}{\partial n \partial z} & \frac{\partial^2 u}{\partial q \partial z} & \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \end{vmatrix} = (-1)|\bar{H}|$$

式中$\bar{H}$称为带边的海森阵。根据最优解的系数条件，$\bar{H}$矩阵在平衡点（$\bar{n},\bar{q},\bar{z}$）为负定，故有

$$|J| = (-1)|\bar{H}| > 0$$

解可表示为：

$$\begin{cases} \bar{n} = N(\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) \\ \bar{q} = Q(\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) \\ \bar{z} = Z(\pi_n,\pi_q,\pi_z,R) \end{cases}$$

可见，对孩子数量的需求决定于孩子 数量和质量的影子价格，消费品的价格及影子收入。

从决策的观点看，收入很难作为控制参数，短期的控制参数只能是家庭的效用及孩子的价格。对计划外的二胎和三胎或更高胎次的生育行为实行货币惩处的影响见图11，约束线变成非线性，满意程度降到U_z，这表明，货币惩处应限制在某个限度上。鼓励家庭少生孩子更好的办法是将刺激与惩处结合起来（图12），此时，约束线提高到A′ C′F，而对父母的效用提高到U_z。然而，要找到对社会各阶层刺激与惩处结合都能达到最佳效果的限度是很困难的，更何况，仅就确定效用函数而言就已是说来容易做来难了。

下面的模型可用来了解这一问题：将所有在市场上购置的货物作为家庭的投资，将时间与市场商品结合起来，家庭可以生产三种产品，只有家庭产品才对家庭产生效用。家庭的产品

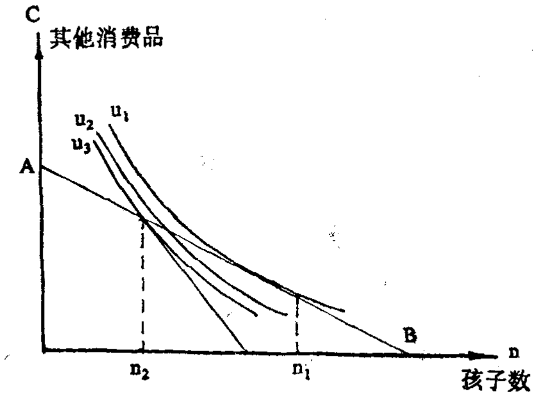

图11　对计划外出生征收罚款的影响

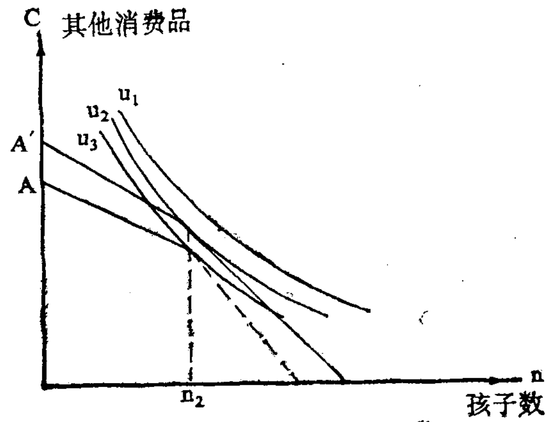

图12　刺激与惩处相结合的影响

是：孩子（以Z_c表示），生活条件（包括食物、衣服、住房、车等，以Z_l表示）及非货币的满足（包括享受、健康、地位等，以Z_n表示），因此，家庭的产品生产函数可表示如下（扩展模型3.1）：

$$\begin{cases} z_c = f_c(x_c, t_c, E_c) \\ z_l = f_l(x_l, t_l, E_l) \\ z_n = f_n(x_n, t_n, E_n) \end{cases} \tag{5.3}$$

其中X_i, t_i, E_i为市场商品，时间及家庭生产能力配置于相应的家庭产品i，某些商品无市场价格，其影子价格定义为下列因素的价格：$\pi_i = P_i \frac{X_i}{Z_i} + W \frac{t_i}{z_i}$，　　$i = c, l, n$

此处P_i为第i种商品的价格，π_i为影子价格，w为工资率。与上述模型相应，可得扩展模型3.2：$\begin{cases} \max \ (z_c, z_l, z_n) \\ s \cdot t \cdot \pi_c Z_c + \pi_l Z_l + \pi_n Z_n = R \end{cases}$

应用拉格朗日乘数法，一阶平衡条件为：$\frac{MU_{zc}}{\pi_c} = \frac{MU_{zl}}{\pi_l} = \frac{MU_{zn}}{\pi_n}$

将扩展模型3.1代入π_c，π_i，π_n，可得

$$\frac{MU_{xc}}{MU_{tc}} = \frac{\frac{\partial U}{\partial Z_c} \cdot \frac{\partial Z_c}{\partial X_c}}{\frac{\partial U}{\partial Z_c} \cdot \frac{\partial Z_c}{\partial l_c}} = \frac{\frac{\partial z_c}{\partial x_c}}{\frac{\partial Z_c}{\partial l_c}} = \frac{MP_{xc}}{MP_{tc}}$$

同样可得：

$$\begin{cases} \frac{MU_{xc}}{MU_{tc}} = \frac{MP_{xc}}{MP_{tc}} \\ \frac{MU_{zl}}{MU_{tl}} = \frac{MP_{zl}}{MP_{tl}} \\ \frac{MU_{zx}}{MU_{tz}} = \frac{MP_{xz}}{MP_{tz}} \end{cases}$$

其中MP_{xi}为投资商品i的边际生产能力，MP_{ti}为投入时间的边际生产能力。这样，物质、时间及其他非货币因素相结合即可求得孩子数的需求。

对中国实际情况的定量分析及应用中国数据所作的案例计算结果将另文发表。

参考文献（略）

（作者工作单位：蒋正华，国家计划生育委员会，
李丽君，西安交大人口所原研究人员）