中国生命表中终寿年成数的经验估计

黄荣清
(首都经济贸易大学 人口经济研究所, 北京 100026)

摘要: 本文讨论了终寿年成数的意义和它的一般特征, 提出了确定终寿年成数的精确方法, 计算了中国生命表中终寿年成数的经验值。

关键词: 生命表; 终寿年成数
中图分类号: C921　　文献标识码: A　　文章编号: 1000－4149(2000)06－0017－07

Empirical Estimation of Fraction of the Year at Death of Chinese Life Table

HUANG Rong-qing
(Institute of Population Economics, Capital University of Economics and Business, Beijing 100026)

Abstract: This article discusses significance and character of fraction of the year at death. It puts forward the method for accurate measurement of fraction of the year at death, and gives empirical value for Chinese life table.
Key words: life table; fraction of the year at death

编制生命表是人口死亡研究中的最重要的工作。虽然编制生命表已有数百年的历史, 其方法也已相当成熟, 但在我国, 真正说得上有规模、全面地编制生命表并系统地用于人口死亡研究中还只是近 20 年的事, 即 1982 年人口普查以后才开始。经过多年的努力, 今日我们的研究水平已大有提高, 非 20 年前可比。但我们同时也应看到, 毕竟我们的研究历史尚短, 在许多方面, 包括一些基础性的工作还有待去做, 例如本文以下要探讨的终寿年成数就是其中之一。

终寿年成数是编制生命表的基础数据。选择适当的终寿年成数关系到所编制出的生命表是否规范、精确。经验表明, 每次人口普查以后, 我国就会出现一阵人口死亡研究的高潮。笔者希望本文提出的确定终寿年成数的精确方法以及得到的过去的中国生命表中终寿年成数的经验估计值, 在第五次人口普查后的人口死亡研究高潮中有所作用。

一、从死亡率计算死亡概率的方法

由人口普查的结果, 可计算确定人口年龄别死亡率, 编制生命表的一个最重要的步骤是由年龄别死亡率 ${}_nM_x$ 确定死亡概率 ${}_nq_x$, 常用的方法有以下几种:

(1) 里德和梅里尔方法[1]: 里德和梅里尔根据美国生命表的研究, 得出了以下的关系式:

$${}_nq_x = 1 - \exp(-n\,{}_nM_x - 0.008n^3\,{}_nM_x^2)$$

收稿日期: 2000－06－30
作者简介: 黄荣清(1946－), 男, 江苏无锡人, 首都经济贸易大学人口经济研究所所长, 研究员。

(2)格雷维尔方法[2]：格雷维尔利用数学运算推导得到

$${}_nq_x = n\,{}_nm_x + n^3\,{}_nm_x^2(\ln {}_nm_x)'/\,{}_nm_x$$

这里，$(\ln {}_nm_x)'$表示$\ln {}_nm_x$的导数。

(3)凯菲茨方法[3]：凯菲茨在对实际人口P_x在$(x, x+n)$作一定假定后推导出

$${}_nq_x = 1-\exp(-n({}_nM_x + c))$$

这里$c=({}_nP_{x-n}-{}_nP_{x+n})({}_nM_{x+n}-{}_nM_{x-n})/(48\,{}_nP_x)$。

(4)蒋庆琅方法[4]：蒋庆琅在1960年提出

$${}_nq_x = \frac{n\,{}_nm_x}{1+(1-{}_na_x)n\,{}_nm_x} \tag{1}$$

这里要特别地提出蒋庆琅提出的方法。在前三种方法中，死亡概率可直接由死亡率求得，但在公式(1)中，死亡概率${}_nq_x$却需要有两个变量——死亡率${}_nm_x$和${}_n\alpha_x$才能求得，即蒋的方法比前三种方法要多一套基础资料，所以在资料的获得上它并不占优势。但在我国人口界和卫生统计界在编制生命表时，却普遍地采用的是蒋的方法，而很少使用其他方法。这是为什么呢？我想，这不但是因为，蒋表达的${}_nq_x$、${}_nm_x$和${}_n\alpha_x$的关系——正如以下要说明的——非常明确，直观易懂的原因，还因为该方法出现在专门介绍死亡率研究的联合国和世界卫生组织教材中，已经受到了世界同行的认同和普遍使用。除此以外，改革开放的初期，80年代初，蒋教授亲自到北京医学院(后改名为北京医科大学，现为北京大学医学院)讲学，来自全国各省市的大学或医学院的老师到此学习，听蒋教授授课，这些"学生"自然也成了蒋方法的传播者，同时，蒋的讲义被翻译成中文出版，被我国的人口学、卫生统计学教科书普遍引用，式(1)作为人口死亡统计中的基本公式，在我国得到广泛的流传。由于以上缘故，蒋的方法在中国学者中最为熟悉，所以，本文在此也只围绕蒋的方法进行讨论。

在式(1)中，${}_nq_x$由${}_n\alpha_x$和${}_nm_x$所决定，${}_n\alpha_x$是独立于${}_nm_x$的一组参数，那么，${}_n\alpha_x$表示什么意义？它的取值范围为多大？它是如何得到的？这就是我们以下要详细讨论的。

二、α_x的意义和取值范围

图1表示生命表中的生存曲线$l(x)$。在确切年龄x和$x+n$岁时，存活人数分别为l_x和l_{x+n}，在年龄区间$(x, x+n)$内，死亡人数为${}_nd_x$，假如我们要求从年龄x到$(x+n)$的存活人年数

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l(y)\,dy$$

${}_nL_x$等于到年龄区间末端$x+n$尚存活的人在该年龄区间存活的人年数$(=nl_{x+n})$与在年龄区间$(x, x+n)$内死亡者(共${}_nd_x$人)在该年龄区间的存活人年数。若设死亡者平均存活时间长度与区间时间长度之比为${}_n\alpha_x$，由于该区间的时间长度为n，则死亡者在该年龄区间的存活人年数为${}_n\alpha_x(n\,{}_nd_x)$。从图形1上看，由于$AA'=BB'=l_{x+n}$，$AB=A'B'=n$，$A'A''={}_nd_x$，${}_nL_x$等于曲边梯形$AA''B'B$的面积，nl_{x+n}等于矩形$AA'B'B$的面积，在这年龄区间的死亡者的存活的人年数${}_n\alpha_x(n\,{}_nd_x)$等于曲边三角形$A'A''B'$的面积。按照蒋的称呼，把${}_n\alpha_x$叫做终寿年成数$(n=1)$或终寿区间成数$(n>1)$，有

$${}_nL_x = nl_{x+n} + {}_n\alpha_x(n\,{}_nd_x) \tag{2}$$

明显地，$0<{}_n\alpha_x\leqslant 1$且

$${}_n\alpha_x = ({}_nL_x - nl_{x+n})/(l_x - l_{x+n}) \tag{2'}$$

在图1中，如果$A''B'$为直角，则曲边三角形$A''A'B'$成为直角三角形，它的面积为两条直角边之积的一半，即等于$n\,{}_nd_x/2$，所以${}_n\alpha_x=1/2$，如果曲线为凸，曲边三角形$A''A'B'$的面积大于直角三角形$A''A'B'$的面积，${}_n\alpha_x>1/2$，如果曲线为凹，曲边三角形的面积小于直角三角形的面积，${}_n\alpha_x<1/2$。这就是说，${}_n\alpha_x$的取值范围由l_x的曲线形状来决定。

由数学知识可知，$l(x)$在区间$(x, x+n)$内的曲线形状可由它的二阶导数的符号来判定，即

如果$l''(x)>0$，则曲线为凹

如果$l''(x)<0$，则曲线为凸

但从生命表中难以直接估计 $l''(x)$ 的符号，我们可从生命表的其他函数来估计，由于

$$l'(x) = -l(x)\mu(x) = -d(x)$$

$$l''(x) = -d'(x)$$

虽然 $d(x)$ 和生命表函数的死亡人口 d_x 的意义有些不同，但从 d_x 的变动中基本上也可看出 $d'(x)$ 的符号。在规定的年龄区间，当死亡人口 d_x 随年龄递减，说明 $d'(x)<0$，则曲线为凹，反之，当死亡人口 d_x 随年龄递增，说明 $d'(x)>0$，则曲线为凸。

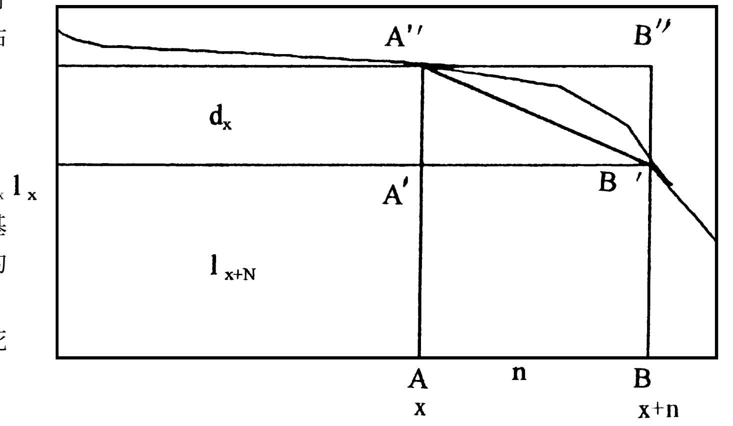

图 1　生存曲线示意

d_x 的随年龄变化的图形见图 2。由图 2 可知，在儿童少年期(从 0 岁至 12 岁左右)死亡人口 d_x 随年龄递减，则 $\alpha_x<0.5$，另外，在高龄期，死亡人口 d_x 也随年龄递减。这是因为到高龄时，尽管高龄的死亡率随年龄增大而增大，但由于存活的人口已经很少，所以死亡人口还是在逐渐减少，则也有 $\alpha_x<0.5$，在其他年龄期，有 $\alpha_x\geqslant0.5$。

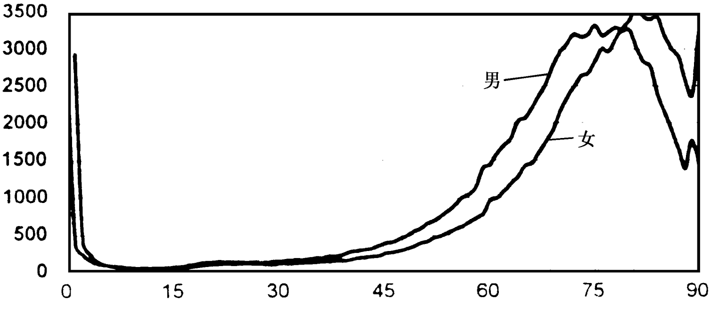

图 2　生命表男女死亡人口(中国，1989～1990 年)

这里请读者注意的是本文不同于蒋庆琅教授的研究结论。按照蒋的说法，终寿区间成数不依赖于死亡率或死亡概率的绝对值，只依赖于死亡率的变化趋势。如果死亡率呈缩小趋势，则 $\alpha_x<1/2$，反之，如果死亡率呈增大趋势，则 $\alpha_x>1/2$。本文的结论是：α_x 的大小，不是依赖死亡率的变化。而是依赖于表上死亡人数 d_x 的变化。如果表上死亡人数减少，则 $\alpha_x<1/2$；反之，则 $\alpha_x>1/2$。表上死亡人数 d_x 的值为 0 岁到 $x-1$ 岁的死亡概率所决定，所以 d_x 的变化受全部 x 岁以前的全部死亡率或死亡概率的影响。这种影响在年龄开始并不明显，因而，在低年龄，死亡率的变化和死亡人口的变化一致，但到高龄，死亡率的变化和死亡人口的变化就不一致。

三、终寿年成数的确定方法

在编制生命表时，终寿年成数和年龄别死亡率是两列不同的基本量。终寿年成数虽然也是根据人口死亡的统计资料计算得来的，但由于终寿年成数随时间变化不大(即使死亡率变动很大)，所以当终寿年成数一旦确定后，在一段时期内，就可以把它看成是常数用在生命表的编制中。现在我们要讨论的是：终寿年成数开始是如何确定的？

按照蒋的介绍，终寿年成数可以用以下方法确定：设在一段时期内(通常为 1 年)，由人口统计的结果，x 岁死亡人口数共有 d 个人，对 1 年的时间长度进行分割，例如按日进行划分，观察这些人在他的死亡年龄内活了多长时间，假使活 1 天以内的人有 $d1$，活了 1 天以上 2 天以内的人有 $d2$，活了 $i-1$ 天以上 i 天以内的人有 di，则这些人的总的人日数为 $365d$，存活的人日数为：

$$0.5d1 + 1.5d2 + (i-0.5)di + \cdots = \sum(i-0.5)di$$

终寿年成数为存活的人日数占总的人日数的比例：

$$\alpha_x = \sum (i - 0.5) d_i / 365 d$$

对每个年龄都按上述步骤进行, 就可得到一套分年龄的终寿年成数来。当然, 在上述步骤中, 时间的分割不一定按日, 可以分得更细一些(如按小时), 也可以分得粗一些(如按周或月), 利用现代的计算工具, 时间的划分不管粗细, 数据的处理都不会成问题。问题在于(1)需要有个人记录的死亡资料;(2)有足够大的数量, 因为死亡的发生是随机事件, 如果没有足够大的死亡人口记录, 就无法算得稳定的、精确的终寿年成数; 事实上, 从5岁开始, 终寿年成数接近于0.5, 而要确定它应该是0.495或者是0.505这样很小的差别, 没有足够的数是无法做到的;(3)死亡记录要可靠。很明显, 如果原始的死亡记录就不可靠, 也就无法算出正确的结果。对于我们这样的发展中的人口大国, 通过人口普查, 前两个条件尚容易满足, 但第三个条件, 即可靠的死亡记录, 根据经验, 是难以达到的。现有的研究表明, 我国的人口普查中的死亡调查不但存在漏报, 同时也存在年龄误报。显然, 要直接使用原始资料, 是难于求出我国精确的终寿年成数。

那么, 在获得可靠的死亡记录以前, 我们是否就无法得到我国的经验数据, 而只能一直参考外国的终寿年成数资料来编制生命表呢? 当然不是。实际上, 如果我们已经知道关于生命表的任意一列函数, 就可以利用它估计出终寿年成数来。以下我们假定已经知道残存人数 l_x, 介绍终寿年成数的估计方法。基本思路是:

根据 l_x 的值, 找出一条连续的光滑曲线 $l(x)$, 在每一个整数年龄点上, $l(x)$的值等于或近似等于 l_x, 对 $l(x)$ 的函数, 在每一个年龄区间内求积, 其积分值就可以看成是残存人口在该区间的人一年数, 利用式(2′)就可以算出终寿年成数。

但要在全年龄找到一个这样的连续函数 $l(x)$ 是很麻烦的事, 并且函数的形式复杂, 积分比较困难[5]。为此, 我们用分段函数来代替。

由前面的讨论我们已经知道, 在全年龄区间, 至少有两个年龄点上 $l(x)$的二阶导数等于0, 其中一个年龄点一般在10~15岁之间, 另一个在高龄, 我们设这两个年龄点分别为 $x1$, $x2$。并把全年龄分为三段, 分别为 $(0, x1)$, $(x1, x2)$, $(x2, +\infty)$, 在各个年龄段, $l(x)$分别取不同的函数, 在 $(0, x1)$ 年龄段内, $l(x)$取韦伯分布的函数形式[6], 在 $(x2, +\infty)$ 区间, $l(x)$取贡培兹(Gompertz, 1825)函数, 在 $(x1, x2)$ 年龄段, 用三次自然样条函数进行插值。即

在 $0 \leqslant x < x1$, 取 $l(x) = \exp(-ax^b)$ $(a > 0, b > 0)$

在 $x1 \leqslant x \leqslant x2$, 取 $l(x)$ 为每一个年龄区间(1岁组或5岁组)都是三次多项式, 在边界上, $l''(x1) = l''(x2) = 0$。

在 $x \leqslant x2$, 取 $l(x) = l_{x2} \exp(-c(\exp(d(x - x2)) - 1)\exp(dx))$ $\quad (c > 0, d > 0)$

应该说, 上述在各个年龄段选择的函数形式, 都是已被许多研究经验证明了的能很好拟合原始数据 l_x 的函数。由各段的拟合函数, 分别算出相应年龄段内每个年龄区间的, 并利用式(2), 就可以求出各年龄的终寿年成数来。由1989~1990年的生命表[7]算出的0~4岁的终寿年成数值见表1, 5岁以上的 α_x 值见图3。

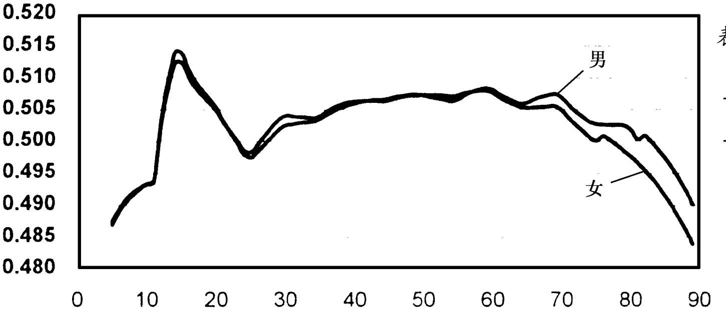

图3 中国生命表年龄别死亡人口(1989~1990年)

表1 中国生命表0~4岁终寿年成数(1989—1990年)

年龄	男	女
0	0.1502	0.1276
1	0.4527	0.4510
2	0.4721	0.4711
3	0.4803	0.4795
4	0.4847	0.4840

由表1和图3可以知道, 中国的终寿年成数有以下特征:

(1) 一般来说, 婴儿死亡率越小, α_0 的值越小。世界卫生组织根据婴儿死亡率的大小, 推荐以下的 α_0 值: 当婴儿死亡率低于 20 时, 取 $\alpha_0=0.09$, 婴儿死亡率处于 20 ~ 40 之间, 取 $\alpha_0=0.15$, 当婴儿死亡率处于 40 ~ 60 之间, 取 $\alpha_0=0.23$, 婴儿死亡率大于 60 时, 取 $\alpha_0=0.30$。由表 1, 我国的婴儿死亡率在 30 ~ 40 之间, 值在 0.13 左右, 和世界卫生组织推荐的值是一致的。

(2) 在高龄以前, 男性和女性的终寿年成数非常接近, 这和蒋的研究结论也是一致的。所不同的是数值大小。按蒋的说法, 在 5 岁以后, $\alpha_x=0.5$。而从图 3 上我们可以看出, α_x 的值是变动的, 除了个别年龄外, 它们都不等于 0.5。在儿童少年期和高龄期, α_x 小于 0.5, 除此之外, α_x 基本上都大于 0.5, 如果要用一个常数来表示的话, 则用 0.505 更为妥当一些。

(3) 在由小于 0.5 变到大于 0.5 的分界年龄点是比较确定的, 在不同的死亡水平和死亡模式下都在 10 ~ 12 岁左右, 而从大于 0.5 变到小于 0.5 的分界年龄点是不确定的, 从图 3 可以看出: 女性的分界年龄点在 80 岁, 而男性在 75 岁。这是因为女性的死亡率低于男性的缘故。一般地, 死亡力越大, 分界年龄点越低, 死亡力越低, 分界年龄点越大。可以设想, 随着死亡力的下降, 这个分界年龄点还会后推。

(4) 从大的方面说, 死亡率变动呈"J"型, 即死亡率在开始时随年龄增加而减小, 过了一定年龄(12 岁前后)后, 死亡率随年龄增加而增大。如果更细地观察, 则在 25 岁前后, 死亡率还有一个波动。其波动幅度的高低, 不同的死亡类型并不一样。我国人口死亡率属于波动幅度较低的类型, 其幅度之小, 几乎不引人注意, 但 α_x 的变动, 却非常明显。

现在我们再回到本节讨论的主题, 即终寿年成数的估计问题。本节是在假定确定的 l_x 情况下, 用连续函数拟合和插值的方法来估计的。但细心的读者可能要问, 按照本文说的生命表的编制, l_x 本身并不是基础数据, α_x 才是基础数据, 如果死亡率已经确定, l_x 则是由 α_x 产生出来的, 既然已有 α_x 的值, 为什么还要产生一个新的终寿年成数来? 新的与原来的终寿年成数又有什么不同?

其实, 我们这里用的是以较合理、较精确的 α_x 逐步替代不太合理、不太精确的 α_x 的计算过程, 即先用一列估计的初值, 例如先假设 α_x 都等于 0.5, 算出 l_x, 然后用前面的方法算出新的终寿年成数, 比较前后终寿年成数的差, 如果前后的差在规定的误差范围内, 则完成计算过程, 否则用后面的终寿年成数代替前面的终寿年成数, 再继续这一过程, 直到满足条件为止。正如下节要证明的, 由于终寿年成数对 l_x 的影响很小, 整个过程的收敛速度是很快的, 这样, 规定的条件很快就能满足。

这里其实也解决了这样的问题: 即随着死亡水平, 死亡模式的变动, 如何用新的终寿年成数代替过去的终寿年成数的计算方法。蒋曾指出, 不同的死亡模式下终寿年成数也不同, 但在相同的死亡模式下, 终寿年成数随死亡水平改变不大。所以他认为, 一个国家或地区的终寿年成数一旦确定。就可以长时期使用。但变化不大, 总是会有些变化。另外, 即使在同一地区, 由于人的生活环境、生活方式的变动, 在死亡水平变化的同时, 死亡模式也会改变, 这就需要我们不断的调整终寿年成数的值。

四、取不同的 ${}_n\alpha_x$ 对生命表函数值的影响

编制生命表时, 死亡率 ${}_nm_x$ 和终寿区间成数 ${}_n\alpha_x$ 是两组不同的基础变量。死亡率 ${}_nm_x$ 由人口普查的结果直接确定, 是不变的, 但终寿区间成数 ${}_n\alpha_x$ 是由人选定的。本节要讨论的是当选择了不同的终寿区间成数后, 它对生命表的其他函数值有什么差别?

设 ${}_n\alpha_x$, ${}_n\alpha_x'$ 是选定的两组不同的终寿区间成数。由(1)式,

$$1/{}_nq_x = 1/(n\,{}_nm_x) + 1 - {}_n\alpha_x$$

令

$$\Delta\alpha = {}_n\alpha_x' - {}_n\alpha_x$$

则

$$1/{}_nq_x' - 1/{}_nq_x = {}_n\alpha_x - {}_n\alpha_x' \tag{3}$$

以下我们取 n= 1, l, d, L, e 分别表示生命表中岁的残存人数, 死亡人数, 人年数, 预期寿命, 为了书写简单, 且在不易混淆的场合下, 把下标 x 省略。另外, 对两个不同的变量, 例如 y, y', 统一地记为 $\Delta y = y' - y$, $\delta y = \Delta y / y$。由(3)式,

$$\Delta q = q' q \Delta\alpha \tag{4}$$

$$\delta q = q' \Delta\alpha \tag{5}$$

$$\Delta p = p' - p = (1-q') - (1-q) = -\Delta q$$

$$\delta p = -\Delta q/p = -\Delta q/(1-q)$$

由于 $l' = \Pi p' = \Pi(p+\Delta p) = \Pi p \Pi(1+\delta p) = l\exp(\sum \ln(1+\delta p))$

$$\delta l = (l'-l)/l = \exp(\sum \ln(1+\delta p)) - 1$$

$$\Delta d = d' - d = l'q' - lq = (l+\Delta l)(q+\Delta q) - lq$$

$$= l\Delta q + q\Delta + \Delta l\Delta q = lq(\delta q + \delta l + \delta q\delta l)$$

$$= d(\delta q + \delta l + \delta q\delta l)$$

$$\delta d = \delta q + \delta l + \delta q\delta l \tag{6}$$

$$\Delta L = L' - L = \Delta d/m$$

$$e'l' - el = l'(e+\Delta e) - el = l'\Delta e + e\Delta l = \sum \Delta l_j = \sum \Delta d_j/m_j$$

$$l'\Delta e = \sum \Delta d_j/m_j - e\Delta l = \sum \Delta d_j/m_j - \sum e\Delta d_j = \sum(1/m_j - e)\Delta d_j$$

$$= \sum(1/m_j - e)d_j\delta d_j$$

$$\Delta e = \frac{1}{1+\delta l}\sum(1/m_j - e)\,{}_jp_xq_j\quad\delta d_j \tag{7}$$

这里 ${}_jp_x = p_xp_{x+1}\cdots p_{j-1}$

现在我们假定在年龄 $x=0$ 时，$\Delta\alpha\neq 0$，在 $x\geqslant 1$，$\Delta\alpha=0$，即仅取不同的 0 岁终寿年成数的情况下，考虑对平均寿命结果的影响。首先化简(7)式，由于 $x=0$

$$\delta l_0 = 0$$

$${}_jp_0 = l_j,\ l_jq_j = d_j$$

$$\Delta e_0 = \sum(1/m_j - e_0)d_j\delta d_j$$

把右式分成两部分，$j=0$ 和 $j\geqslant 1$，若 $j=0$，$(1/m_0 - e_0)d_0\delta d_0 = \Delta q_0(1/m_0 - e_0)$

若 $j\geqslant 1$，$\Delta\alpha_j = 0$，则有 $\Delta q_j = \Delta p_j = 0$

$$\delta l_j = \exp(\sum \ln(1+\delta p)) - 1 \approx \ln(1+\delta p_0) \approx \delta p_0$$

$$\delta d_j = \delta q_j + \delta l_j + \delta q_j\delta l_j = \delta l_j \approx \delta p_0$$

$$\sum_{j\geqslant 1}(1/m_j - e_0)d_j\delta d_j \approx \delta p_0\sum_{j\geqslant 1}(1/m_j - e_0)d_j = -\delta p_0(1/m_0 - e_0)d_0$$

可得 $\Delta e_0 \approx (\Delta q_0 - d_0\delta p_0)(1/m_0 - e_0) = (\Delta q_0 - d_0\delta p_0)(1/m_0 - e_0)$

$$= (\Delta q_0 - q_0\delta p_0)(1/m_0 - e_0) = \Delta q_0(1 + q_0/p_0)(1/m_0 - e_0)$$

由于死亡概率小于死亡率，如果我们取 α_0 的估计值为 0.5，$\Delta\alpha$ 的绝对值一般总可以控制在小于 0.5，由(5)式，$|\Delta q_0| < 0.5m_0^2$，$1 + q_0/p_0 < 2$，则 $|\Delta e_0| < m_0^2(1/m_0 - e_0)$。

按我国目前的婴儿死亡水平，m_0 应是百分位小数，$(1/m_0 - e_0)$ 的绝对值不会超过 50，则 Δe_0 的绝对值为百分位小数，即是说，仅仅取 0 岁终寿年成数不同，对平均寿命计算的结果影响是很小的。例如，对中国 1989 ~ 1990 年的男性生命表，分别取表 1 中的 α_0 值和 $\alpha_0 = 0.5$，预期寿命的差仅为 0.01。

在(1)式中，由于 $(1 - {}_n\alpha_x)n\,{}_nm_x < 1$，对它以级数形式展开，得

$${}_nq_x = n\,{}_nm_x - (1 - {}_n\alpha_x)(n\,{}_nm_x)^2 + \cdots$$

由上式可知，在死亡率一定的情况下，死亡概率的变动同 α_x 的变动方向是一致的，即所取的 α_x 大，则算得的死亡概率也大，预期寿命减小。对以单岁年龄为间隔的生命表，即使各年龄的终寿年成数全部都取成 0.5，和用精确的终寿年成数算出的死亡概率、预期寿命相比，两者的差别也是很小的。这是因为：由于单岁的死亡率的值自身很小，除了 0 岁以外，精确的终寿年成数与 0.5 相差也不大，由此余项 $-(1-\alpha_x)m_x^2 + \cdots$ 则是更高阶的小数，这样，死亡概率的误差就更小，几乎可以忽略不计。终寿年成数在有些年龄大于 0.5，有些年龄小

于0.5,用0.5估计算出的死亡概率的误差就有正有负,两者相抵,结果对预期寿命的影响也就很小。所以蒋认为,在5岁以上,一律取$\alpha_x=0.5$也不是没有道理的。

随着年龄分组的加大,终寿区间成数的取值的精确度对死亡概率的精确度的影响也加大,死亡概率绝对值的误差同包含的年龄数的平方成正比。如年龄间隔为5岁,如果再一律取${}_n\alpha_x=0.5$,在单岁间隔时的误差,在5岁情况下就会增加25倍,这样,在单岁间隔时可以忽略的误差,在5岁间隔的情况就可能不能忽略。所以,随着年龄分组的加大,精确的终寿区间成数对死亡概率计算的准确性就愈加重要。

如果已经求得单岁年龄组的终寿年成数,就可以算出任意年龄间隔的终寿区间成数。计算方法有多种,这里介绍比较简单的一种。假定我们已作出了单岁年龄组的生命表,只要计算每个间隔的人一年${}_nL_x=L_x+L_{x+1}+\cdots+L_{x+n-1}$由式(2′)就可求出该间隔的终寿区间成数。以下是求得的中国生命表中五岁组的终寿年成数的经验值,供读者在2000年普查后编制生命表参考使用。

表2　中国生命表中终寿年成数的经验值(1990年,1995年)

年龄	1990	1995	年龄	1990	1995
0	0.1389	0.1102	45	0.5356	0.5347
1	0.3931	0.3921	50	0.5353	0.5352
5	0.4603	0.4620	55	0.5389	0.5376
10	0.4680	0.5050	60	0.5322	0.5336
15	0.5442	0.5513	65	0.5299	0.5325
20	0.5067	0.5138	70	0.5173	0.5175
25	0.5021	0.4993	75	0.5046	0.5082
30	0.5173	0.5099	80	0.4880	0.4858
35	0.5256	0.5213	85	0.4586	0.4640
40	0.5322	0.5312			

参考文献:

[1] Reed, L. H. and M. Morrill, A short method for constructing as abridged life table, Amer. J. Hygiene, 30, 1939.
[2] Greville, T. N. E. short methods for constructing as abridged life table, Record.. Amer. Inst.. Actuaries, 32, 1943.
[3] 内森·凯菲茨(美). 郑真真等译, 应用数理人口学. 北京:华夏出版社, 2000.
[4] 蒋庆琅(美). 寿命表及其应用. 上海:上海翻译出版公司出版, 1984.
[5] 黄荣清. 人口死亡力的因子分解及其模型. 中国人口科学, 1998.
[6] 黄荣清. 年少期生存率模型.(日)日本大学经济集志, 1986.
[7] 黄荣清, 刘琰. 中国人口死亡数据集. 北京:中国人口出版社, 1995.